

Anmerkungen zur Wheeler-Feynman Absorber-Theorie

Gerold Gründler¹

Die Herleitung der Absorber-Theorie wird detailliert vorgestellt. Die Absorbertheorie basiert auf der klassischen elektrodynamischen Fernwirkungstheorie, weicht aber an einem entscheidenden Punkt von ihr ab. Es wird gezeigt, dass (a) die Absorbertheorie keines ihrer wesentlichen Ergebnisse ohne diese Abweichung von der Fernwirkungstheorie erzielen kann, und dass (b) diese Abweichung den Anwendungsbereich der Theorie auf stationäre Strahlungsvorgänge einschränkt. Außerdem wird auf einen Fehler hingewiesen, der Wheeler und Feynman bei der Interpretation ihrer Gleichung (19) unterlief. Diese Schwächen können vermutlich durch eine quantentheoretische Formulierung der Absorbertheorie behoben werden.

Inhalt

1. Retardierte und avancierte Felder	2
2. Strahlungsrückwirkung	6
3. Die Absorber-Theorie von Wheeler und Feynman	7
4. Derivation IV	30
5. Konsequenzen der plausiblen Annahme (15b)	33
6. Das verblüffende Postulat (15c)	37
7. Die korrekte Interpretation von Gleichung (42a)	46
8. Quanten-Absorbertheorie?	47
9. Zusammenfassung	50
Literatur	51

¹ e-mail: gerold.gruendler@astrophys-neunhof.de

1. Retardierte und avancierte Felder

Eine Punktladung q befinde sich zur Zeit t_s im dreidimensionalen Raum am Ort \mathbf{r} . Ihre Geschwindigkeit (die auch Null sein kann) sei \mathbf{v} , ihre Beschleunigung (die auch Null sein kann) sei $\dot{\mathbf{v}}$. Die von dieser Punktladung erzeugten elektrischen und magnetischen Felder werden am Raum-Zeit-Punkt $x = (t, \mathbf{x})$ gemessen. In [1] wird die Berechnung der Felder in allen Details demonstriert. Mit den dreidimensionalen Vektoren

$$\mathbf{R} \equiv \mathbf{x} - \mathbf{r} \quad , \quad R \equiv |\mathbf{R}| \quad , \quad \mathbf{n} \equiv \frac{\mathbf{R}}{R} \quad (1)$$

lautet das Ergebnis:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_s(x) = & \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(\mathbf{n} \mp \mathbf{v}/c)}{R^2\gamma^2(1 \mp \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}/c)^3} \Big|_{t_s} + \\ & + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \mathbf{n} \times \left((\mathbf{n} \mp \mathbf{v}/c) \times \dot{\mathbf{v}} \right)}{Rc^2(1 \mp \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}/c)^3} \Big|_{t_s} \end{aligned} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_s(x) = & -\frac{\mu_0 c}{4\pi} \frac{q(\mathbf{n} \times \mathbf{v}/c)}{R^2\gamma^2(1 \mp \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}/c)^3} \Big|_{t_s} - \\ & - \frac{\mu_0 c}{4\pi} \frac{q}{Rc^2(1 \mp \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}/c)^3} \cdot \left[(\mathbf{n} \times \mathbf{v}/c)(\mathbf{n} \cdot \dot{\mathbf{v}}) + \right. \\ & \left. + (\mathbf{n} \times \dot{\mathbf{v}})(\pm 1 - \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}/c) \right]_{\tau_s} \end{aligned} \quad (2b)$$

$$\text{mit } t = t_s \pm R/c = t_r + R/c = t_a - R/c$$

Der Index s kann die Werte $r =$ retardiert oder $a =$ avanciert annehmen. Doppelte Vorzeichen \pm oder \mp sind als ^{retardiert}avanciert zu lesen, d. h. das obere Vorzeichen gilt immer für die retardierten Felder, das untere Vorzeichen für die avancierten Felder. Das Zeichen $|_{t_s}$ bedeutet, dass $\mathbf{n}(t_s)$, $\mathbf{v}(t_s)$, und $R(t_s)$ einzusetzen sind. Man

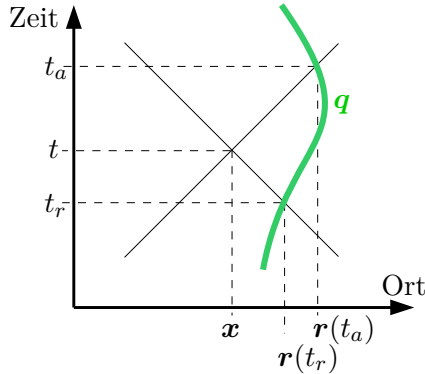


Abb. 1: Weltlinie der Ladung q

beachte $R(t_r) = |\mathbf{x} - \mathbf{r}(t_r)| \neq R(t_a) = |\mathbf{x} - \mathbf{r}(t_a)|$. Wir verwenden in diesem Artikel durchwegs SI-Einheiten [2].

In Abbildung 1 ist die Weltlinie der Punktladung q grün skizziert, und der Lichtkegel des Messpunkts (t, \mathbf{x}) eingetragen. Retardierte Felder, die zur Zeit t am Ort \mathbf{x} beobachtet werden, wurden zur früheren Zeit $t_r = t - R/c$ von der Ladung q emittiert. Avancierte Felder, die zur Zeit t am Ort \mathbf{x} beobachtet werden, werden erst in der Zukunft, nämlich zur späteren Zeit $t_a = t + R/c$ von der Ladung q emittiert werden, und rückwärts durch die Zeit nach x propagieren.

Avancierte Felder verletzen scheinbar das „Kausalitätsprinzip“, und werden deswegen von vielen Autoren als „unphysikalisch“ von vornherein gestrichen. Wenn man beispielsweise einen Lichtblitz in Richtung auf einen Spiegel emittiert, dann beobachtet man den reflektierten Blitz stets nach der Emission, aber niemals vorher. Es gibt aber eine Alternative zur Maxwell’schen Elektrodynamik, nämlich die hauptsächlich auf Gauß, Schwarzschild, und Frenkel zurückgehende Fernwirkungstheorie der Elektrodynamik (siehe [3,4] und die in diesen Artikeln angegebenen Quellen), die beansprucht

alle beobachtbaren elektrodynamischen Phänomene in gleicher Weise beschreiben zu können. In dieser Theorie sind die Felder keine eigenständigen physikalischen Objekte, vielmehr gibt es nur geladene Teilchen, die einander durch Fernwirkung beeinflussen. Die Felder der Maxwell'schen Theorie haben in der Fernwirkungstheorie lediglich den Status von Rechengrößen auf dem Papier des Theoretikers.

Die Fernwirkungstheorie funktioniert nur mithilfe der retardierten *und* der avancierten Rechengrößen, die wir weiterhin als Felder bezeichnen werden. Wheeler und Feynman konzipierten ihre Absorbertheorie im Rahmen der Fernwirkungstheorie. Deshalb müssen wir die avancierten Felder unbedingt beibehalten.

Zwischen den elektrischen und magnetischen Feldern (2) besteht folgender Zusammenhang (siehe [1]):

$$\pm \mathbf{n}(t_s) \times \mathbf{E}_s(x) = c \mathbf{B}_s(x) \quad (3)$$

Man kann das magnetische Feld also leicht berechnen, sobald man das elektrische Feld kennt. Deshalb werden wir uns im Folgenden meist auf die Berechnung des elektrischen Feldes beschränken. Wir betonen außerdem, dass die Felder (2) relativistisch invariant sind, obwohl man ihnen das in der dreidimensionalen Darstellung nicht unmittelbar ansieht.

Die Felder (2), und insbesondere die Gründe und Auswirkungen der verschiedenen Vorzeichen, werden in [1] ausführlich diskutiert. In der folgenden Untersuchung beschränken wir uns auf die jeweils zweiten, zu R^{-1} proportionalen Summanden. Denn im Poynting-Vektor

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E}_s \times \mathbf{B}_s \stackrel{(3)}{=} \pm \frac{1}{c\mu_0} \mathbf{E}_s \times (\mathbf{n} \times \mathbf{E}_s) \quad (4)$$

ist nur das Produkt dieser beiden Terme $\sim R^{-2}$. Alle Produkte die mindestens einen der beiden anderen Terme enthalten sind $\sim R^{-3}$

oder $\sim R^{-4}$, und spielen deshalb nur in der Nähe der Quelle q eine nennenswerte Rolle. Die Terme $\sim R^{-1}$ werden aus diesem Grund auch als Strahlungsfelder bezeichnet. Man beachte erstens, dass die Strahlungsfelder proportional zu $\dot{\mathbf{v}}$ sind; im Fall einer ruhenden oder gleichmäßig gradlinig bewegten Quelle verschwinden sie. Man beachte zweitens das negative Vorzeichen des avancierten Poynting-Vektors: Die avancierten Felder breiten sich entgegen der „gewöhnlichen“ Zeitrichtung aus der Zukunft in die Vergangenheit aus. Die retardierten Strahlungsfelder bilden eine Kugelwelle, die zur Zeit t_r von q emittiert wird und sich mit fortschreitender Zeit immer weiter von q entfernt. Die avancierten Felder bilden eine Kugelwelle, die in der Vergangenheit aus dem unendlichen kommt, sich mit fortschreitender Zeit immer enger um q zusammenzieht, und zur Zeit t_a auf den Ort der Quelle q kollabiert. Die avancierte Energie strömt also auf die Quelle zu, die retardierte Energie entfernt sich von der Quelle.

Alle bisher angegebenen Formeln gelten für beliebige, also auch relativistische Geschwindigkeiten der Quelle q . Für die folgenden Untersuchungen genügen die nicht-relativistischen Näherungen ($v/c \ll 1$) der Strahlungsfelder, die aus (2) und (3) leicht abgelesen

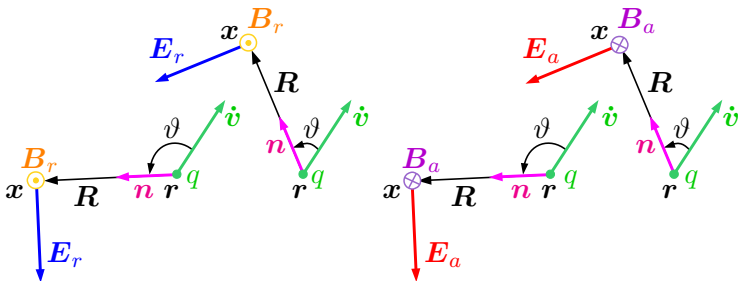


Abb. 2: Die Strahlungsfelder der Quelle q

werden können:

$$\mathbf{E}_s(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \dot{\mathbf{v}})}{Rc^2} \Big|_{t_s} \quad (5a)$$

$$\left| \mathbf{E}_s(x) \right| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \sin(\mathbf{n}, \dot{\mathbf{v}})}{Rc^2} \Big|_{t_s} \quad (5b)$$

$$c\mathbf{B}_s(x) = \pm \mathbf{n}(t_r) \times \mathbf{E}_r^{(s)}(x) \quad (5c)$$

falls $v/c \ll 1$, mit $t = t_s \pm R/c = t_r + R/c = t_a - R/c$

\mathbf{E}_s liegt im nichtrelativistischen Fall in der durch \mathbf{n} und $\dot{\mathbf{v}}$ definierten Ebene (siehe Abb. 2 auf der vorherigen Seite), steht senkrecht auf \mathbf{n} , und der Winkel $(\mathbf{E}_s, \dot{\mathbf{v}})$ ist im Fall $q > 0$ stets $\geq \pi/2$. Der retardierte Vektor \mathbf{B}_r weist senkrecht nach oben aus der Zeichenebene heraus, der avancierte Vektor \mathbf{B}_a weist senkrecht nach unten in die Zeichenebene hinein.

2. Strahlungsrückwirkung

Wenn ein ungeladener Körper durch eine äußere Kraft beschleunigt wird, dann setzt er der äußeren Kraft eine gleich große, umgekehrt gerichtete Trägheitskraft entgegen. Ein geladener Körper setzt der äußeren Kraft außer der Trägheitskraft eine zusätzliche Kraft entgegen, die als Strahlungs-Rückwirkung bezeichnet wird. Diese zusätzliche Kraft muss die Energie aufbringen, welche der beschleunigte geladene Körper sofort wieder in Form elektromagnetischer Strahlung abgibt.

Die (nichtrelativistische) Strahlungsrückwirkung berechneten Abraham und Lorentz als

$$\mathbf{F}_{\text{str}} = \frac{2q^2\ddot{\mathbf{v}}}{3c^34\pi\epsilon_0} \quad \text{falls } v \ll c . \quad (6)$$

Sie fanden diese Formel auf zwei verschiedenen Wegen: Einmal aufgrund von energetischen Überlegungen, und dann noch einmal

auf der Grundlage eines klassischen Modells des Elektrons: Sie nahmen an, dass das Elektron ein ausgedehnter Körper mit einem Radius von etwa $3 \cdot 10^{-15}$ m sei, und konnten zeigen dass die Kraft, die das Elektron durch die von ihm selbst emittierten retardierten Felder auf sich selbst ausübt, gerade (6) ergibt. Beide Herleitungen werden detailliert in [1] beschrieben.

Man weiß aber heute aus der experimentellen Untersuchung, dass der Radius von Elektronen, falls er überhaupt einen endlichen Wert haben sollte, wesentlich kleiner als 10^{-18} m sein muss. Das Elektronenmodell von Abraham und Lorentz kann also nicht richtig sein. Dagegen ist die Herleitung von (6), die sie aufgrund energetischer Betrachtungen gefunden haben, auch heute noch gültig (wenn auch nicht frei von ernsthaften Problemen, wie in [1, Abschnitt 3] diskutiert wird).

Es war eine wesentliche Motivation für die Absorbertheorie von Wheeler und Feynman [5], eine Erklärung von (6) unter der Annahme herzuleiten, dass es sich bei Elektronen (und anderen elementaren Teilchen) um punktförmige Partikel mit Radius Null handelt. Die Strahlungsrückwirkung auf eine beschleunigte Ladung q beruht in der Absorbertheorie auf elektromagnetischen Feldern, die avanciert von denjenigen Teilchen abgestrahlt werden, welche die von q abgestrahlte Energie absorbieren. Die Absorbertheorie wird im folgenden Abschnitt detailliert vorgestellt.

3. Die Absorber-Theorie von Wheeler und Feynman

Ein Teilchen mit der Ladung q wird zur retardierten Zeit $t_r = t - R/c$ am Ort \mathbf{r} mit $\dot{\mathbf{v}}$ beschleunigt. Das beschleunigte Teilchen emittiert die in (2) angegebenen retardierten Felder. (Es wird auch avancierte Felder abstrahlen, für die wir uns aber im Moment nicht interessieren.) Wir beschränken die Untersuchung auf den nichtrelativistischen Fall $v \ll c$, in dem die von diesem Teilchen

emittierten Strahlungsfelder die einfache Form (5) annehmen.

Am Raum-Zeit-Punkt x_k befinde sich ein Teilchen mit der Ladung q_k , der Masse m_k , und der Geschwindigkeit $v_k \ll c$. Die retardierten Felder \mathbf{E}_r und \mathbf{B}_r üben im nichtrelativistischen Fall auf q_k die Lorentzkraft

$$m_k \frac{d\mathbf{v}_k}{dt} = q_k(\mathbf{E}_r + \mathbf{v}_k \times \mathbf{B}_r) \quad (7)$$

aus. Wenn die Geschwindigkeiten der Teilchen nicht nur nicht relativistisch sind

$$v \ll c \quad , \quad v_k \ll c \quad , \quad (8)$$

sondern darüber hinaus

$$|\mathbf{v}_k \times \mathbf{B}_r| \ll |\mathbf{E}_r| \quad (9)$$

gilt, wird das Teilchen zur Zeit t am Ort \mathbf{x}_k mit

$$\dot{\mathbf{v}}_k \approx \frac{q_k \mathbf{E}_r(x_k)}{m_k} \stackrel{(5)}{=} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_k q \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \dot{\mathbf{v}})}{m_k R c^2} \Big|_{t_r} \quad (10)$$

beschleunigt.

Jetzt nehmen Wheeler und Feynman an, dass die beschleunigte Punktladung q_k ihrerseits nicht nur ein retardiertes Feld abstrahlt, sondern auch ein gleich starkes avanciertes Feld. Retardierte und avancierte Felder sollen dabei nur die halbe Amplitude der in (5) angegebenen retardierten und avancierten Felder haben. Die Faktoren 1/2 werden später durch die Ergebnisse gerechtfertigt, die aus diesem Ansatz folgen.

Die von q_k abgestrahlten avancierten Felder bewegen sich rückwärts durch die Zeit und treffen am Ort \mathbf{r} der ursprünglichen Quelle zur Zeit t_r ein, in der diese das retardierte Feld (5) abstrahlt:

$$\mathbf{E}_a(t_r, \mathbf{r}) \stackrel{(5)}{=} \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \mathbf{n}_k \times (\mathbf{n}_k \times \dot{\mathbf{v}}_k)}{R c^2} \Big|_t \quad (11)$$

$$\text{mit } t_r = t - R/c$$

Offensichtlich gilt $\mathbf{n}_k = -\mathbf{n}$ für das \mathbf{n}_k in Gleichung (11) und das \mathbf{n} in Gleichung (10). Wir werden deshalb $-\mathbf{n}$ statt \mathbf{n}_k schreiben, und vereinbaren dass – wie in (11) bereits angewandt – mit t_r auch weiterhin die Zeit gemeint ist, zu der q das retardierte Feld abgestrahlt hat. \mathbf{n} zeigt also von \mathbf{r} (dem Ort von q zur Zeit t_r) nach \mathbf{x}_k (dem Ort von q_k zur Zeit t). Damit sind die von q_k abgestrahlten avancierten Felder am Ort \mathbf{r} der ursprünglichen Quelle q gleich

$$\mathbf{E}_a(t_r, \mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_k \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \dot{\mathbf{v}}_k)}{2Rc^2} \Big|_t \quad (12a)$$

$$\stackrel{(10)}{=} \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{q_k^2 q \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \dot{\mathbf{v}})))}{2m_k R^2 c^4} \Big|_{t_r} \quad (12b)$$

$$|\mathbf{E}_a(t_r, \mathbf{r})| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_k \dot{\mathbf{v}}_k|}{2Rc^2} \Big|_t \quad \text{wegen } |\sin(\mathbf{n}, \dot{\mathbf{v}}_k)| = 1 \quad (12c)$$

$$= \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{q_k^2 |q\dot{v}| \sin(\mathbf{n}, \dot{\mathbf{v}})}{2m_k R^2 c^4} \Big|_{t_r} \quad (12d)$$

$$\mathbf{B}_a(t_r, \mathbf{r}) = +\frac{1}{c} \mathbf{n} \times \mathbf{E}_a(t_r, \mathbf{r}) . \quad (12e)$$

In Abb. 3 (die mit Abb. 2 verglichen werden sollte!) sind die von q_k abgestrahlten avancierten Felder für den nichtrelativistischen Fall unter der Annahme $q_k > 0$ und $q > 0$ skizziert.

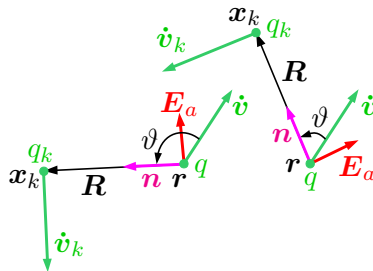


Abb. 3: Das avancierte Strahlungsfeld der beschleunigten Ladung q_k

Wenn viele Teilchen q_k in unterschiedlichen Entfernungen von q die von q emittierte retardierte Strahlung absorbieren, und ihrerseits avancierte Felder emittieren, dann werden sich diese Felder am Ort \mathbf{r} von q zu einem Gesamtfeld überlagern. Es ist die zentrale Idee der Absorber-Theorie, dass das gesamte von q retardiert abgestrahlte Feld früher oder später von anderen Teilchen q_k absorbiert wird. Jedes Absorberteilchen q_k emittiert seinerseits retardierte und gleich starke avancierte Felder. Die Summe aller bei der ursprünglichen Quelle q zur Zeit t_r eintreffenden avancierten Felder soll dann die Strahlungs-Rückwirkung auf q bewirken.

Man erkennt aber aus Abb. 3: Egal wie groß der Winkel ϑ ist, der Winkel zwischen $\dot{\mathbf{v}}$ und $\mathbf{E}_a(\mathbf{r})$ ist in jedem Fall $\leq \pi/2$. Die Kraft $\mathbf{F} = q\mathbf{E}_a$, welche die avancierten Felder auf die ursprüngliche Quelle q ausüben, verstärkt also die ursprüngliche Beschleunigung $\dot{\mathbf{v}}$, und es scheint unmöglich, dass sich die Summe der von allen Absorberteilchen q_k abgestrahlten avancierten Felder zu einer rückwirkenden Kraft addieren könnte, die $\dot{\mathbf{v}}$ entgegen gerichtet ist.

An dieser Stelle muss man sich daran erinnern dass wir es mit zeitlich veränderlichen Feldern zu tun haben. Wir betrachten die Komponente $\tilde{\mathbf{v}}(\omega)$ in der Fourier-Transformation der Beschleunigung von q :

$$\dot{\mathbf{v}}(t_r, \mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{\mathbf{v}}(\omega, \mathbf{r}) \exp\{-i\omega t_r\} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{v}} &= \frac{d\dot{\mathbf{v}}}{dt} = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} i\omega \tilde{\mathbf{v}} \exp\{-i\omega t_r\} \\ \implies \tilde{\mathbf{v}}(\omega) &= -i\omega \tilde{\mathbf{v}} \end{aligned} \quad (13b)$$

In Abbildung 4 sind die Fourier-Komponenten der verschiedenen Felder mit der Frequenz ω skizziert. Die beschleunigte Ladung q

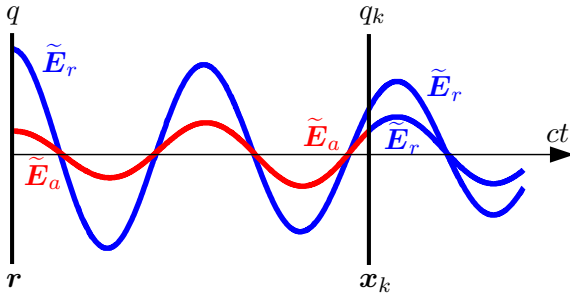


Abb. 4: Phasenverschiebung zwischen den Teilchen

emittiert am Ort \mathbf{r} ein blau gezeichnetes retardiertes Feld, das mit $\tilde{\mathbf{v}}$ in Phase ist. Dies Feld beschleunigt am Ort \mathbf{x}_k die Ladung q_k mit $\tilde{\mathbf{v}}_k$. Aufgrund dieser Beschleunigung emittiert die Ladung q_k ihrerseits ein blau gezeichnetes retardiertes Feld in die Zukunft (d. h. in der Skizze nach rechts), und ein rot gezeichnetes gleich starkes avanciertes Feld in die Vergangenheit (d. h. in der Skizze nach links). Alle Feldamplituden nehmen mit dem Abstand R zu ihren Quellen wie $1/R$ ab. Der Energieverlust des primären retardierten Feldes bei der Anregung von q_k wird nicht nur in der Skizze ignoriert, sondern auch in den Berechnungen. Auf diesen wichtigen Punkt werden wir gleich zurückkommen.

Es ist notwendig, die Phasen der verschiedenen Felder und der beschleunigten Teilchen genau zu beachten: Zuerst emittiert die Ladung q , die mit $\dot{\mathbf{v}}$ beschleunigt ist, am Ort \mathbf{r} zur Zeit t_r das retardierte Feld \mathbf{E}_r . Dieses Feld ist im Augenblick der Emission mit $\dot{\mathbf{v}}$ in Phase:

$$\dot{\mathbf{v}}(t_r, \mathbf{r}) \sim \mathbf{E}_r(t_r, \mathbf{r}) \stackrel{(13a)}{=} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{\mathbf{E}}_r(\omega, \mathbf{r}) \exp\{-i\omega t_r\} \quad (14a)$$

Das Feld breitet sich aus zum Ort \mathbf{x}_k , an dem sich die Ladung q_k befindet. Dort trifft es zur Zeit $t_k = t_r + R/c$ ein. Seine Fourier-Zerlegung ist dann

$$\mathbf{E}_r(t_k, \mathbf{x}_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{\mathbf{E}}_r(\omega, \mathbf{x}_k) \exp\{-i\omega \underbrace{(t_r + R/c)}_{t_k}\}. \quad (14b)$$

Die Ladung q_k wird beschleunigt:

$$\mathbf{E}_r(t_k, \mathbf{x}_k) \sim \dot{\mathbf{v}}_k(t_k, \mathbf{x}_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{\mathbf{v}}_k(\omega, \mathbf{x}_k) \exp\{-i\omega \underbrace{(t_r + R/c)}_{t_k}\} \quad (14c)$$

Aufgrund dieser Beschleunigung emittiert q_k ein retardiertes Feld in die Zukunft, und ein avanciertes Feld in die Vergangenheit. Beide emittierten Felder sind laut (5) am Ort der Emission in Phase mit $\dot{\mathbf{v}}_k$. Zur Zeit $t_k - R/c = t_r$ erreicht das avancierte Feld den Ort \mathbf{r} der Ladung q

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_a(t_r, \mathbf{r}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{\mathbf{E}}_a(\omega, \mathbf{x}) \exp\{-i\omega \underbrace{(t_r + R/c - R/c)}_{t_k}\} \\ &\stackrel{(14a)}{=} \sim \dot{\mathbf{v}}(t_r, \mathbf{r}), \end{aligned} \quad (14d)$$

wobei es mit $\dot{\mathbf{v}}$ in Phase ist. Für die Phasen in (14) verwenden wir die abkürzende Schreibweise

	Exponent von $\tilde{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{E}}_r, \tilde{\mathbf{v}}_k, \tilde{\mathbf{E}}_a, \tilde{\mathbf{v}}$	
$\tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{r})$	$-i\omega t_r$	
$\tilde{\mathbf{E}}_r(\mathbf{r} + \mathbf{n}R)$	$-i\omega(t_r + R/c)$	(15a)
$\tilde{\mathbf{v}}_k(\mathbf{x}_k)$	$-i\omega(t_r + R/c)$	
$\tilde{\mathbf{E}}_a(\mathbf{x}_k - \mathbf{n}R)$	$-i\omega(t_r + R/c - R/c)$	
$\tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{r})$	$-i\omega t_r$	

Wenn die Felder sich nicht im Vakuum ausbreiten, sondern in einem Medium mit dem Brechungsindex $n \neq 1$ (nicht verwechseln mit dem Einheitsvektor \mathbf{n}), dann erhält man folgende Phasenbeziehungen:

	Exponent von $\tilde{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{E}}_r, \tilde{\mathbf{v}}_k, \tilde{\mathbf{E}}_a, \tilde{\mathbf{v}}$	
$\tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{r})$	$-i\omega t_r$	
$\tilde{\mathbf{E}}_r(\mathbf{r} + \mathbf{n}R)$	$-i\omega(t_r + Rn/c)$	(15b)
$\tilde{\mathbf{v}}_k(\mathbf{x}_k)$	$-i\omega(t_r + Rn/c)$	
$\tilde{\mathbf{E}}_a(\mathbf{x}_k - \mathbf{n}R)$	$-i\omega(t_r + Rn/c - Rn/c)$	
$\tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{r})$	$-i\omega t_r$	

Nach wie vor ist das avancierte Feld $\tilde{\mathbf{E}}_a$ am Ort der Quelle q mit der Beschleunigung $\tilde{\mathbf{v}}$ in Phase, wirkt also verstärkend, aber nicht als dämpfende Strahlungsrückwirkung. Um die benötigte Phasendifferenz zwischen $\tilde{\mathbf{v}}$ und $\tilde{\mathbf{E}}_a$ zu erhalten, entschlossen sich Wheeler und Feynman zu folgendem

Postulat: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Für retardierte Wechselwirkungen gilt } n \neq 1. \\ \text{Für avancierte Wechselwirkungen gilt } n = 1. \end{array} \right.$

	Exponent von $\tilde{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{E}}_r, \tilde{\mathbf{v}}_k, \tilde{\mathbf{E}}_a, \tilde{\mathbf{v}}$	
$\tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{r})$	$-i\omega t_r$	
$\tilde{\mathbf{E}}_r(\mathbf{r} + \mathbf{n}R)$	$-i\omega(t_r + Rn/c)$	(15c)
$\tilde{\mathbf{v}}_k(\mathbf{x}_k)$	$-i\omega(t_r + Rn/c)$	
$\tilde{\mathbf{E}}_a(\mathbf{x}_k - \mathbf{n}R)$	$-i\omega(t_r + Rn/c - R/c)$	
$\tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{r})$	$-i\omega(t_r + R(n-1)/c)$	

Wir werden dies verblüffende Postulat in Abschnitt 6 diskutieren. Vorläufig akzeptieren wir es einfach und arbeiten damit weiter, um die Absorbertheorie vollständig vorstellen zu können. Mit diesen Phasenrelationen kann man tatsächlich den angestrebten Ausdruck für die Strahlungsrückwirkung herleiten. Um das zu tun, stellen

wir uns den Absorber zunächst als ein Plasma mit durchschnittlich N freien Elektronen und N Ionen pro Volumen vor, das die ursprüngliche Quelle q von allen Seiten gleichmäßig umgibt. Das gesamte, von sämtlichen Absorberteilchen abgestrahlte avancierte Feld ist am Ort der Ladung q

$$\mathbf{E}_a^{\text{total}}(t_r, \mathbf{r}) = \int_0^\infty dR \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi R^2 \sin \vartheta d\vartheta \cdot N \mathbf{E}_a. \quad (16)$$

Zur Integration benutzen wir Kugelkoordinaten, deren Nullpunkt durch den Ort \mathbf{r} der Ladung q definiert ist. Die Polarachse wird, wie in Abbildung 3 auf Seite 9 angedeutet, durch $\dot{\mathbf{v}}$ definiert. $\mathbf{E}_a = (12)$ sind die Beiträge der einzelnen Absorberteilchen (sprich Elektronen des Plasmas), die wir in die zu $\dot{\mathbf{v}}$ parallelen und die zu $\dot{\mathbf{v}}$ vertikalen Anteile zerlegen:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_a &= (12) = \mathbf{E}_a^{\parallel \dot{\mathbf{v}}} + \mathbf{E}_a^{\perp \dot{\mathbf{v}}} = \frac{\dot{\mathbf{v}}}{|\dot{\mathbf{v}}|} \frac{(\mathbf{E}_a \cdot \dot{\mathbf{v}})}{|\dot{\mathbf{v}}|} + \mathbf{E}_a^{\perp \dot{\mathbf{v}}} \stackrel{\text{Abbildung 3}}{=} \\ &= -\frac{\dot{\mathbf{v}}}{|\dot{\mathbf{v}}|} |\mathbf{E}_a| \sin \vartheta + \mathbf{E}_a^{\perp \dot{\mathbf{v}}} \stackrel{(12)}{=} -\dot{\mathbf{v}} \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{e^2 q \sin^2 \vartheta}{2m_e R^2 c^4} + \mathbf{E}_a^{\perp \dot{\mathbf{v}}} \end{aligned}$$

m_e ist die Masse eines Elektrons, $-e$ ist seine Ladung. m_e und $-e$ treten jetzt an die Stelle von m_k und q_k in den vorangegangenen Formeln. Die zu $\dot{\mathbf{v}}$ vertikalen Felder kompensieren sich bei der Integration wechselseitig. Deshalb kann man das Integral in der Form

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_a^{\text{total}}(t_r, \mathbf{r}) &= -\dot{\mathbf{v}} \int_0^\infty dR \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi R^2 \sin \vartheta d\vartheta \cdot N \cdot \\ &\quad \cdot \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{e^2 q \sin^2 \vartheta}{2m_e R^2 c^4} \end{aligned} \quad (17)$$

schreiben. Das Integral über R divergiert. Wie ist das möglich? Wenn die Quelle nur eine endliche Menge retardierter Energie abstrahlt, dann kann unmöglich als Antwort des Absorbers unendlich viel avancierte Energie zurückkommen. Die Ursache des Problems haben wir in Abbildung 4 bereits angedeutet: Wir nehmen in den Berechnungen an, dass die Amplituden der Strahlungsfelder über beliebig große Entfernungen nur wie R^{-1} abnehmen, und zwar auch dann wenn beträchtliche Teile der Energie bereits von Absorberteilenchen, die sich näher an der Quelle befinden, absorbiert wurde. Das ist nicht korrekt. Wenn sich überall Absorberpartikel befinden, die dem Feld Energie entnehmen, dann muss die Amplitude der Strahlungsfelder stärker als mit R^{-1} abnehmen.

Wheeler und Feynman berücksichtigen das dadurch, dass sie einen kleinen Extinktionskoeffizienten

$$\kappa \in \mathbb{R} \quad , \quad 0 < \kappa \ll 1 \tag{18}$$

in die Berechnungen einsetzen. Natürlich muss man darauf achten, κ in avancierte und retardierte Felder jeweils mit dem richtigen Vorzeichen einzusetzen, so dass sich eine Dämpfung und keine Verstärkung der Felder ergibt.

Könnte man sich den Faktor

$$\begin{aligned} \frac{(15c)}{(15b)} &= \exp\{-i\omega R(n-1)/c\} \stackrel{?}{=} \exp\{-\omega R\kappa/c\} \quad \text{ist falsch!} \\ \implies i(n-1) &\stackrel{?}{=} \kappa \quad \text{ist falsch!} \end{aligned} \tag{19}$$

den Wheeler und Feynman dadurch erhielten, dass sie die plausible Annahme (15b) durch das verblüffende Postulat (15c) ersetzten, möglicherweise alternativ aus dem Extinktionskoeffizienten κ verschaffen? Das ist nicht möglich, weil $i(n-1)$ rein imaginär ist, κ aber reell sein muss.

Die frequenzabhängige relative Dielektrizitätskonstante eines Plasmas ist [6, (7.59),(7.60)]

$$\epsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_{\text{Plasma}}^2}{\omega^2} \quad \text{falls } \omega > \omega_{\text{Plasma}} \equiv \sqrt{\frac{Ne^2}{\epsilon_0 m_e}}. \quad (20)$$

Weil $m_e \ll m_{\text{Ion}}$ im Nenner von ω_{Plasma} steht, tragen nur die Elektronen merklich zu den dielektrischen Eigenschaften des Plasmas bei. Der frequenzabhängige Brechungsindex $n(\omega)$ des Plasmas, das wir einfachheitshalber als nicht magnetisch ($\mu_r = 1$) annehmen, ist demnach

$$\begin{aligned} n(\omega) &= \sqrt{\epsilon_r \mu_r} = \sqrt{\epsilon_r} = \sqrt{1 - \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m_e \omega^2}} \\ &\approx 1 - \frac{Ne^2}{2\epsilon_0 m_e \omega^2} \quad \text{falls } \omega \gg \omega_{\text{Plasma}}. \end{aligned} \quad (21)$$

Wenn man den kleinen Extinktionskoeffizienten κ zum Brechungsindex addiert, erhält man den komplexen frequenzabhängigen Brechungsindex

$$n_c = n - i\kappa = 1 - \frac{Ne^2}{2\epsilon_0 m_e \omega^2} - i\kappa. \quad (22)$$

Nun können die Integrale berechnet werden:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}(\omega, \mathbf{r}) &= -\tilde{\mathbf{v}}(\omega) \frac{e^2 q N}{2m_e c^4 (4\pi\epsilon_0)^2} \overbrace{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\vartheta \sin^3 \vartheta}^{8\pi/3} \\ &\quad \cdot \underbrace{\int_0^\infty dR \exp\{-i\omega R(n - i\kappa - 1)/c\}} \\ &\quad \left[\frac{2\epsilon_0 m_e \omega c}{iNe^2} \exp\{-i\omega R(n - i\kappa - 1)/c\} \right]_0^\infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}(\omega, \mathbf{r}) &= \frac{\omega \tilde{\mathbf{v}}}{i} \frac{2q}{3c^3 4\pi\epsilon_0} \stackrel{(13b)}{=} \frac{2q}{3c^3 4\pi\epsilon_0} \tilde{\mathbf{v}}(\omega) \\ \mathbf{E}_a^{\text{total}}(t_r, \mathbf{r}) &= \frac{2q}{3c^3 4\pi\epsilon_0} \ddot{\mathbf{v}}(t_r)\end{aligned}\quad (23)$$

Der sehr kleine Summand $\sim \kappa$ konnte im linearen Teil der Gleichung (aber nicht im Exponenten!) vernachlässigt werden. Man vergleiche dies Ergebnis mit der von Abraham und Lorentz angegebenen Strahlungsrückwirkung

$$\mathbf{F}_{\text{str}} \stackrel{(6)}{=} \frac{2q^2 \ddot{\mathbf{v}}}{3c^3 4\pi\epsilon_0} \quad \text{falls } v \ll c. \quad (24)$$

Wheeler und Feynman kommentieren: “We conclude that the force of radiative reaction arises, not from the direct action of a particle upon itself, but from the advanced action upon this charge caused by the future motion of the particles of the absorber.”

Wheeler und Feynman vergewisserten sich, dass man auch dann zu diesem Ergebnis gelangt, wenn der Absorber aus einem Material mit gebundenen Elektronen besteht. Solche Materialien haben einen Brechungsindex $n > 1$. Um diesen Fall zu modellieren, setzten sie in die Gleichung (10) eine komplexe Funktion p ein, die sowohl vom Material des Absorbers als auch von der Frequenz ω der Strahlung abhängt:

$$\dot{\mathbf{v}}_k \stackrel{(10)}{=} \frac{q_k \mathbf{E}_r(x)}{m_k} \quad \longrightarrow \quad \dot{\mathbf{v}}_k = \frac{q_k \mathbf{E}_r(x)}{m_k} \cdot p(\omega) \quad (25a)$$

Im Fall sehr hoher Frequenz ω und/oder sehr schwacher Bindung der Elektronen des Absorbers geht p gegen 1, und es tritt der zuvor behandelte Grenzfall des Plasmas ein. Andernfalls kann p aber von 1 abweichen und auch einen merklichen imaginären Anteil haben:

$$\begin{aligned}n_c(\omega) = (22) \quad \longrightarrow \quad n(\omega) - i\kappa &= \sqrt{1 - \frac{Ne^2 p(\omega)}{\epsilon_0 m_e \omega^2}} \\ n, \kappa &\in \mathbb{R}\end{aligned}\quad (25b)$$



Abb. 5: Kavität im kontinuierlichen Absorber-Medium

Um das gewünschte Resultat für die Strahlungsrückwirkung *exakt* zu erhalten, wandten Wheeler und Feynman einen kleinen Trick an: Sie betteten die Quelle q nicht unmittelbar in das Absorbermedium ein, sondern setzten sie – wie in Abbildung 5 angedeutet – in das Zentrum einer kleinen kugelförmigen Kavität mit dem Radius R_{cav} . Dieser Trick bewirkt folgendes: Im Inneren der Kavität ist der Brechungsindex 1 (Vakuum), während der Brechungsindex im Absorbermedium $\neq 1$ ist. Deshalb gibt es an der Oberfläche der Kavität eine Reflektion:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total, reflektiert}}}{\tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total, einlaufend}}} \right| &= \frac{|1 - n + i\kappa|}{1 + n - i\kappa} \\ \Rightarrow \frac{\tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total, transmittiert}}}{\tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total, einlaufend}}} &= \frac{2}{1 + n - i\kappa} \quad \text{falls } n \geq 1 \end{aligned} \quad (26)$$

Der Faktor (26) ≈ 1 wird – wie wir gleich sehen werden – ein nicht nur ausgezeichnetes, sondern ein perfektes Ergebnis bewirken.

Die Reflektion betrifft nur das von q auslaufende Feld, denn Wheeler und Feynman nehmen wieder (15c) an: Das retardierte Feld breitet sich, von q ausgehend, im Medium mit Brechungsindex $n_c = (25b)$ aus, während die avancierten Felder von den Absorberteilchen zur Quelle q im Vakuum mit $n = 1$ propagieren. Folglich

gilt mit (25):

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}(\omega, \mathbf{r}) &\stackrel{(23)}{=} -\tilde{\mathbf{v}}(\omega) \frac{pe^2qN}{2m_e c^4 (4\pi\epsilon_0)^2} \underbrace{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\vartheta \sin^3 \vartheta}_{8\pi/3} \cdot \\ &\cdot \frac{2}{1+n-i\kappa} \underbrace{\int_{R_{\text{cav}}}^\infty dR \exp\left\{-i \frac{(R-R_{\text{cav}})\omega}{c} (n-i\kappa-1)\right\}}_{(27)} \\ &\left[-\frac{c}{i\omega(n-i\kappa-1)} \exp\left\{-i \frac{(R-R_{\text{cav}})\omega}{c} (n-i\kappa-1)\right\} \right]_{R_{\text{cav}}}^\infty \end{aligned}$$

Man beachtet

$$(1+n-i\kappa)(-1+n-i\kappa) = -1 + (n-i\kappa)^2 \stackrel{(25b)}{=} -\frac{Ne^2p}{\epsilon_0 m_e \omega^2},$$

und erhält

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}(\omega, \mathbf{r}) &= +i\omega\tilde{\mathbf{v}} \frac{Ne^2p}{\underbrace{\epsilon_0 m_e \omega^2 (1+n-i\kappa)(n-i\kappa-1)}_{-1}} \frac{2q}{3c^3 4\pi\epsilon_0} \\ &\stackrel{(13b)}{=} +\tilde{\mathbf{v}} \frac{2q}{3c^3 4\pi\epsilon_0} \\ \mathbf{E}_a^{\text{total}}(t_r, \mathbf{r}) &= \frac{2q}{3c^3 4\pi\epsilon_0} \ddot{\mathbf{v}}(t_r). \end{aligned} \quad (28)$$

Das Ergebnis ist unabhängig von der Art des Absorbers, denn die Funktion $p(\omega)$ kürzt sich heraus. Für ein Medium mit beliebigem frequenzabhängigem $p(\omega) \neq 1$ ergibt sich das gleiche Resultat wie beim Plasma. Wir erinnern daran, dass auch dieses schöne Resultat auf der eigenartigen Annahme (15c) beruht, die wir in Abschnitt 6 diskutieren werden.

Nun untersuchen wir den Wert von $\tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}$ an einem Ort $\mathbf{r} + \mathbf{s}$ in der Kavität von Abbildung 5, der dem Ort \mathbf{r} der Quelle wesentlich näher ist als das nächste Absorberteilchen, so dass

$$s \equiv |\mathbf{s}| \ll R_{\text{cav}} \quad (29)$$

gilt. Das von einem bestimmten Absorberteilchen, das sich von q aus gesehen in der Richtung \mathbf{n} befindet, emittierte avancierte Feld $\tilde{\mathbf{E}}_a(\omega)$ unterscheidet sich am Ort $\mathbf{r} + \mathbf{s}$ vom Feld am Ort \mathbf{r} der Quelle q durch den Phasenfaktor

$$\exp \left\{ -i\omega \frac{s \cos(\mathbf{s}, \mathbf{n})}{c} \right\}, \quad (30)$$

da ja die Punkte $\mathbf{r} + \mathbf{s}$ und \mathbf{r} beide in der Kavität des Absorbers liegen, wo der Brechungsindex $n = 1$ ist. Wegen $s \ll R_{\text{cav}}$ ändern sich gegenüber (27) nur die Integrale über φ und ϑ , aber nicht das Integral über R :

$$\tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}(\omega, \mathbf{r} + \mathbf{s}) = \tilde{\mathbf{v}}(\omega, \mathbf{r}) \frac{2q}{3c^3 4\pi\epsilon_0} \cdot I(\omega, \mathbf{r} + \mathbf{s}) \quad (31a)$$

$$I \equiv \frac{3}{8\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\vartheta \sin^3 \vartheta \exp \left\{ -i\omega \frac{s \cos(\mathbf{s}, \mathbf{n})}{c} \right\}. \quad (31b)$$

Wir verwenden weiterhin Kugelkoordinaten, deren Nullpunkt sich am Ort \mathbf{r} der Ladung q befindet. Die Polarachse ist parallel zur Beschleunigung dieser Ladung $\dot{\mathbf{v}}(t_r, \mathbf{r})$ orientiert. Den Nullpunkt des Azimutalwinkels φ haben wir bisher nicht festgelegt. Das holen wir jetzt dadurch nach, dass wir für den Punkt $\mathbf{r} + \mathbf{s}$ die Kugelkoordinaten $(|\mathbf{s}|, \vartheta = \sigma, \varphi = 0)$ festlegen, siehe Abb. 6 auf der nächsten Seite. Man blickt in dieser Abbildung entgegen der Polarachse auf eine Kugel mit dem Radius 1. Das Zentrum der Kugel ist identisch mit dem Ursprung der Kugelkoordinaten. Der orange gestrichelte

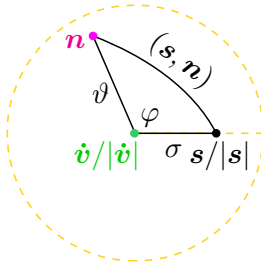


Abb. 6: Das Kugelkoordinaten-System

Kreis ist der Äquator der Kugel ($\vartheta = \pi/2$), die orange gestrichelte Linie (die zu einem großen Teil von der schwarzen Linie σ verdeckt wird) ist der Null-Meridian ($\varphi = 0$). Am Nordpol ($\vartheta = 0$) der Kugel befindet sich der Punkt $\hat{\mathbf{v}}/|\hat{\mathbf{v}}|$. Der Punkt \mathbf{n} hat die Koordinaten $(1, \vartheta, \varphi)$, und ϑ ist die Länge des Meridian-Abschnitts, der die kürzeste Verbindung (Geodäte) auf der Kugeloberfläche zwischen $\hat{\mathbf{v}}/|\hat{\mathbf{v}}|$ und \mathbf{n} darstellt. Die Geodäte zwischen $\hat{\mathbf{v}}/|\hat{\mathbf{v}}|$ und dem Punkt $\mathbf{s}/|\mathbf{s}|$ hat die Länge σ . Bei der Integration (31b) überstreicht der Punkt \mathbf{n} die gesamte Kugeloberfläche. Der Winkel (\mathbf{s}, \mathbf{n}) , der identisch ist mit einer Seite des in Abb. 6 skizzierten Dreiecks, kann mithilfe des Kosinussatzes der sphärischen Trigonometrie bestimmt werden (siehe z. B. [7, Teil II, IV.B.7.]):

$$\cos(\mathbf{s}, \mathbf{n}) = \cos \vartheta \cos \sigma + \sin \vartheta \sin \sigma \cos \varphi \quad (32)$$

Das wird in das Integral (31b) eingesetzt:

$$I \equiv \frac{3}{4} \int_0^\pi d\vartheta \sin^3 \vartheta \exp \left\{ -i\omega \frac{s \cos \vartheta \cos \sigma}{c} \right\} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \exp \left\{ -i\omega \frac{s \sin \vartheta \sin \sigma \cos \varphi}{c} \right\} \quad (33)$$

Das Integral über φ ist die Besselfunktion

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \exp \left\{ -i\omega \frac{s \sin \vartheta \sin \sigma \cos \varphi}{c} \right\} &= \\ = J_0(-i\omega s \sin \vartheta \sin \sigma / c) &= \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j (-i\omega s \sin \vartheta \sin \sigma / c)^{2j}}{j! 2^{2j} \Gamma(j+1)}. \end{aligned}$$

Das Integral über ϑ , dessen Integrand das Produkt der Exponentialfunktion und der Besselfunktion ist, die wiederum über Winkelfunktionen von ϑ abhängen, führt in komplizierter Weise auf eine Kombination hypergeometrischer Reihen. Es gibt aber auch einen viel einfacheren Lösungsweg, der auf einer Koordinatentransformation beruht. Wheeler und Feynman führen zwar auch die folgende Koordinatentransformation ein, präsentieren dann aber rätselhafterweise das Ergebnis doch in Form von hypergeometrischen Reihen [5, (14) bis (17)]. Wahrscheinlich haben sie genau wie ich beide Lösungswege versucht, und dann in ihrer Veröffentlichung irrtümlich einen Mix von Formeln aus beiden Lösungswegen abgedruckt.

Der einfache Lösungsweg wird durch die folgender Koordinatentransformation eröffnet: Der Nullpunkt der Kugelkoordinaten

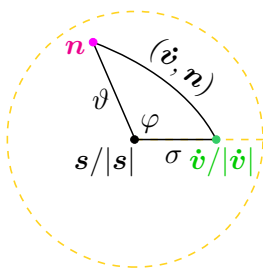


Abb. 7: Das Kugelkoordinaten-System

bleibt wie bisher am Ort \mathbf{r} der Ladung q . Die Polarachse, die bisher parallel zur Beschleunigung dieser Ladung $\dot{\mathbf{v}}(t_r, \mathbf{r})$ orientiert war, orientieren wir aber nun parallel zum Vektor \mathbf{s} . Deshalb wird der Winkel (\mathbf{s}, \mathbf{n}) von (30) jetzt zu ϑ , und umgekehrt wird $\sin^2 \vartheta$ jetzt zu $\sin^2(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{n})$:

$$\tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}(\omega, \mathbf{r} + \mathbf{s}) = \tilde{\mathbf{v}}(\omega, \mathbf{r}) \frac{2q}{3c^3 4\pi\epsilon_0} \cdot I(\omega, \mathbf{r} + \mathbf{s}) \quad (34a)$$

$$I \equiv \frac{3}{8\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\vartheta \sin \vartheta \sin^2(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{n}) \exp \left\{ -i\omega \frac{s \cos \vartheta}{c} \right\}. \quad (34b)$$

Der Nullpunkt des Azimutalwinkels φ wird dadurch festgelegt, dass für $\dot{\mathbf{v}}$ die Kugelkoordinaten $(|\dot{\mathbf{v}}|, \vartheta = \sigma, \varphi = 0)$ definiert werden, siehe Abb. 7 auf der vorherigen Seite. Am Nordpol ($\vartheta = 0$) der Kugel mit Radius 1 befindet sich nun der Punkt $\mathbf{s}/|\mathbf{s}|$. Der Punkt \mathbf{n} hat wie zuvor die Koordinaten $(1, \vartheta, \varphi)$, und ϑ ist die Länge des Meridian-Abschnitts zwischen $\mathbf{s}/|\mathbf{s}|$ und \mathbf{n} . Die Geodäte zwischen $\mathbf{s}/|\mathbf{s}|$ und dem Punkt $\dot{\mathbf{v}}/|\dot{\mathbf{v}}|$ hat die Länge σ . Der Winkel $(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{n})$, der identisch ist mit einer Seite des in Abb. 7 skizzierten Dreiecks, wird wieder mithilfe des Kosinussatzes der sphärischen Trigonometrie bestimmt:

$$\cos(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{n}) = \cos \vartheta \cos \sigma + \sin \vartheta \sin \sigma \cos \varphi \quad (35)$$

Das wird (mit Nutzung der Relation $\sin^2 \vartheta = 1 - \cos^2 \vartheta$) in das Integral (34b) eingesetzt:

$$I = \frac{3}{8\pi} \int_0^\pi d\vartheta \sin \vartheta \exp \left\{ -i\omega \frac{s \cos \vartheta}{c} \right\} \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \left(1 - \cos^2 \vartheta \cos^2 \sigma - \right. \\ \left. - 2 \cos \vartheta \cos \sigma \sin \vartheta \sin \sigma \cos \varphi - \sin^2 \vartheta \sin^2 \sigma \cos^2 \varphi \right)$$

$$I = \frac{3}{8} \int_0^{\pi} d\vartheta \sin \vartheta \exp \left\{ -i\omega \frac{s \cos \vartheta}{c} \right\} \cdot \left(2 - 2 \cos^2 \vartheta \cos^2 \sigma - \sin^2 \vartheta \sin^2 \sigma \right) \quad (36)$$

Mit der Substitution

$$x \equiv \cos \vartheta \quad , \quad \int_{+1}^{-1} dx = - \int_0^{\pi} d\vartheta \sin \vartheta \quad (37)$$

und den Abkürzungen

$$u \equiv \frac{\omega s}{c} \quad , \quad y \equiv \frac{\sin^2 \sigma}{2} \quad (38a)$$

wird I umgeformt zu

$$I = -\frac{3}{4} \int_{+1}^{-1} dx \exp \left\{ -iux \right\} \cdot \left(1 - y - x^2(1 - 3y) \right) \quad (38b)$$

und ist nun leicht lösbar:

$$\begin{aligned} I &= -\frac{3(1-y)}{4} \frac{i}{u} \exp\{-iux\} \Big|_{+1}^{-1} + \\ &\quad + \frac{3(1-3y)}{4} \left(\frac{ix^2}{u} + \frac{2x}{u^2} - \frac{i2}{u^3} \right) \exp\{-iux\} \Big|_{+1}^{-1} \\ &= \frac{3}{4} \left[-2y \frac{i}{u} + (1-3y) \left(-\frac{2}{u^2} - \frac{i2}{u^3} \right) \right] \exp\{+iu\} \\ &\quad - \frac{3}{4} \left[-2y \frac{i}{u} + (1-3y) \left(\frac{2}{u^2} - \frac{i2}{u^3} \right) \right] \exp\{-iu\} \\ &= \left(\frac{3y}{u} + \frac{3(1-3y)}{u^3} \right) \sin\{+u\} - \frac{3(1-3y)}{u^2} \cos\{+u\} \quad (39) \end{aligned}$$

Im Fall $u \rightarrow 0$ bzw. $s \rightarrow 0$ muss $I \rightarrow 1$ gehen, wie man unmittelbar aus (31b) abliest. Mithilfe der l'Hospital'schen Regel vergewissern wir uns, dass unsere Formeln in dieser Hinsicht konsistent sind:

$$\begin{aligned}
 \lim_{u \rightarrow 0} I &= \lim_{u \rightarrow 0} \frac{(3yu^2 + 3 - 9y) \sin u - (3 - 9y)u \cos u}{u^3} \\
 &= \lim_{u \rightarrow 0} \frac{yu^2 \cos u + (1 - y)u \sin u}{u^2} \\
 &= \lim_{u \rightarrow 0} \frac{(-yu^2 + 1 - y) \sin u + (1 + y)u \cos u}{2u} \\
 &= \lim_{u \rightarrow 0} \frac{(-2yu - 1 - y)u \sin u + (-yu^2 + 2) \cos u}{2} \\
 &= 1
 \end{aligned} \tag{40}$$

Die dimensionslose Zahl u ist gleich dem Abstand s des Beobachtungspunktes von der Quelle q , geteilt durch (Wellenlänge/ 2π). Also wird das Ergebnis vom Term $\sim u^{-1}$ dominiert, sobald man mindestens einige Wellenlängen von q entfernt ist. In diesem Fall gilt

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{3 \sin^2 \sigma}{2} \frac{c}{\omega s} \frac{1}{2i} \left[\exp\{+i\omega s/c\} - \exp\{-i\omega s/c\} \right] \\
 &= \frac{3 \sin^2 \sigma}{2} \cdot \frac{\sin(\omega s/c)}{\omega s/c}.
 \end{aligned} \tag{41}$$

Wir setzen (41) in (34a) ein, und benutzen

$$\tilde{\mathbf{v}}(\omega) \stackrel{(13b)}{=} -i\omega \tilde{\mathbf{v}},$$

um das Feld als Funktion von $\tilde{\mathbf{v}}$ (nicht $\tilde{\mathbf{v}}$) zu beschreiben:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_a^{\text{total}}(t, \mathbf{r} + \mathbf{s}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}(\omega, \mathbf{r} + \mathbf{s}) \exp\{-i\omega t\} \\
&= -\frac{\sin^2 \sigma}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{\mathbf{v}}(\omega, \mathbf{r}) \frac{q}{sc^2 4\pi\epsilon_0} \cdot \\
&\quad \cdot \left[\exp\left\{-i\omega\left(t - \frac{s}{c}\right)\right\} - \exp\left\{-i\omega\left(t + \frac{s}{c}\right)\right\} \right] = \\
&= -\frac{\sin^2 \sigma}{2} \frac{q}{sc^2 4\pi\epsilon_0} \cdot (\dot{\mathbf{v}}(t_r) - \dot{\mathbf{v}}(t_a)) \quad (42a) \\
&\quad \text{mit } t_r = t - s/c, \quad t_a = t + s/c
\end{aligned}$$

Dies Ergebnis vergleichen wir mit den retardierten und avancierten Feldern, welche die beschleunigte Quelle q vom Ort \mathbf{r} zum Ort $\mathbf{r} + \mathbf{s}$ abstrahlt. In nicht-relativistischer Näherung sind die abgestrahlten Felder (der Index $_s$ steht für $_r$ = retardiert oder $_a$ = avanciert, und bei doppelten Vorzeichen gilt das obere für den retardierten Fall, das untere für den avancierten Fall)

$$\mathbf{E}_s(t, \mathbf{r} + \mathbf{s}) \stackrel{(5a)}{=} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{s^2} \frac{q \mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \dot{\mathbf{v}})}{sc^2} \Big|_{t_s=t \mp s/c} \cdot \quad (42b)$$

Hier wurde der Einheitsvektor \mathbf{n} in der Form \mathbf{s}/s geschrieben, und s statt R als Abstand zwischen Quelle und Messpunkt. Die Projektion dieses Feldes auf die Achse von $\dot{\mathbf{v}}$ ist

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_{s\parallel}(t, \mathbf{r} + \mathbf{s}) &\equiv \frac{\dot{\mathbf{v}} \cos(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \dot{\mathbf{v}}))}{\dot{v}} \Big|_{t_s=t \mp s/c} \cdot \left| \mathbf{E}_s(t, \mathbf{r} + \mathbf{s}) \right| \\
&= \frac{\dot{\mathbf{v}} \cos(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \dot{\mathbf{v}}))}{\dot{v}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\dot{v} \sin(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{v}})}{sc^2} \Big|_{t_s=t \mp s/c}
\end{aligned}$$

In unseren Kugelkoordinaten (siehe Abb. 7) ist $(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{v}}) = \sigma$, und

$$\begin{aligned} \mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \dot{\mathbf{v}}) &= (s\dot{v}, \vartheta = \pi/2, \varphi = \pi) \\ \cos(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \dot{\mathbf{v}})) &= \cos(\sigma + \pi/2) = -\sin \sigma . \end{aligned}$$

Damit erhält man

$$\mathbf{E}_{s\parallel}(t, \mathbf{r} + \mathbf{s}) = -\sin^2 \sigma \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\dot{\mathbf{v}}}{s^2} \Big|_{t_s=t\mp s/c} . \quad (42c)$$

Also ist in der Nähe der Quelle q das gesamte, von allen Absorbeteilchen aus der Entfernung $R \geq R_{\text{cav}} \gg s$ zurückgestrahlte avancierte Feld (42a) identisch mit der Differenz zwischen den Projektionen des halben von q abgestrahlten retardierten Feldes und des halben von q abgestrahlten avancierten Feldes auf die $\dot{\mathbf{v}}$ -Achse. Wheeler and Feynman schlussfolgern:

„In words, formula (19) [das ist unsere Gleichung (42a)] states that the advanced field of the absorber is equal in the neighborhood of the accelerated particle to [...] the difference between half the retarded field (first term) and half the advanced field (second term) which one calculates for the source itself.“ (42d)

Diese Schlussfolgerung ist offensichtlich nicht korrekt, denn die Felder (42a) sind parallel (oder antiparallel) zu $\dot{\mathbf{v}}$ orientiert, während die Felder (42b) auch von Null verschiedene, messbare Komponenten haben, die senkrecht zu $\dot{\mathbf{v}}$ orientiert sind. Diese Unstimmigkeit werden wir in Abschnitt 7 diskutieren.

Vorläufig akzeptieren wir den in (42d) behaupteten Sachverhalt, und veranschaulichen ihn in Abbildung 8 auf der nächsten Seite. Der obere Teil der Skizze ist eine Momentaufnahme kurz vor (im Sinn der gewohnten Richtung der Zeit) dem Augenblick t_r , in dem die Quelle q (in der Skizze als grüner Punkt angedeutet) ein retardiertes Feld emittieren wird. Man sieht neun avancierte Wellenzüge, von denen acht auf je eines der durch schwarze Punkte

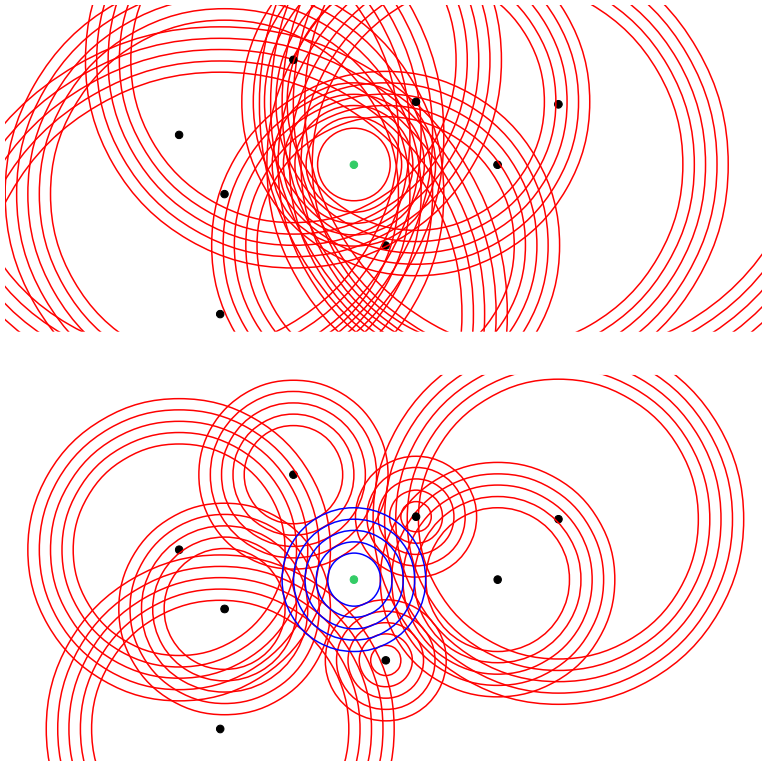


Abb. 8: **Avancierte** und **retardierte** Wellen

symbolisierten Absorberteilchen kollabieren, und einer – nämlich das „eigentlich“ zu q gehörende avancierte Feld (42b), dessen Phase gegenüber den anderen um π verschoben ist – auf die ursprüngliche Quelle q . Von einem Punkt nahe q aus betrachtet erscheint die Überlagerung der neun Felder wie eine einzige avancierte Kugelwelle, die auf q kollabiert. Wheeler und Feynman beschreiben in ihrer Gleichung (24) diesen Sachverhalt durch

$$\left(\begin{array}{c} \text{total disturbance} \\ \text{converging on} \\ \text{source} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{proper advanced} \\ \text{field of source} \\ \text{itself} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{field apparently convergent on} \\ \text{source, actually composed of} \\ \text{parts convergent on individual} \\ \text{absorber particles} \end{array} \right).$$

Die Summe der avancierten Felder (42a) und das von q selbst emittierte avancierte Feld (42b) haben unterschiedliche Vorzeichen, d. h. sie sind um π außer Phase und interferieren destruktiv. Weil kein Experimentator jemals ein avanciertes Feld beobachtet hat, müssen die Amplituden von (42a) und (42b) gleich groß sein, so dass diese Felder sich exakt auslöschen.

Die untere Skizze ist eine Momentaufnahme kurz nach t_r . Die acht avancierten Felder der Absorberteilchen haben die Quelle q überrollt, und kollabieren weiter in Richtung auf je ein Absorberteilchen. Ihre Überlagerung erscheint wie eine von q ausgehende und sich in die Zukunft ausbreitende retardierte Welle. Gleichzeitig breitet sich gemäß (42b) eine von q emittierte, in Abb. 8 in blauer Farbe dargestellte retardierte Welle in die Zukunft aus, die mit dem in der Abbildung skizzierten Feld (42a) in Phase ist und dieses verstärkt. In ihrer Gleichung (20) beschreiben Wheeler und Feynman diesen Sachverhalt durch

$$\left(\begin{array}{c} \text{total disturbance} \\ \text{diverging from} \\ \text{source} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{proper retarded} \\ \text{field of source} \\ \text{itself} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{field apparently diverging from} \\ \text{source, actually composed of} \\ \text{parts converging on individual} \\ \text{absorber particles} \end{array} \right).$$

Die Summe der avancierten Felder (42a) und das von q selbst emittierte retardierte Feld (42b) haben das gleiche Vorzeichen, d. h. sie sind in Phase und interferieren konstruktiv. Gemessen werden kann nur ihre Summe; der Experimentator kann nicht unterscheiden, welchen Anteil die Felder (42a) und (42b) jeweils dazu beitragen. Wir wissen aber aus (42b), dass die von q emittierten retardierten und avancierten Felder die gleiche Amplitude haben. Und wir haben gerade festgestellt, dass das von q emittierte avancierte Feld die gleiche Amplitude haben muss wie (42a). Daraus folgt insgesamt, dass sowohl in der auf q kollabierenden Kugelwelle als auch

in der von q ausgehenden Kugelwelle jeweils die halbe Amplitude vom eigenen Feld (42b) der Quelle beigesteuert wird, und die andere Hälfte von den vereinigten avancierten Wellen (42a) der Absorberteilchen.

4. Derivation IV

Den bisher referierten Teil der Absorbertheorie haben Wheeler und Feynman in [5] unter den Abschnitts-Überschriften Derivation I und Derivation II zusammengefasst. Im Abschnitt Derivation III diskutieren sie die relativistische Verallgemeinerung der Theorie. Darauf werden wir nicht eingehen.

Auch Derivation IV ist ein Bestandteil der Absorbertheorie von Wheeler und Feynman, der insofern in den vorigen Abschnitt gehören würde. Er nimmt aber eine Sonderstellung ein, weil er als einziger nicht von der eigenartigen Annahme (15c) über die Brechungsindizes abhängt. Deshalb hat auch das Resultat von Derivation IV – wie wir gleich sehen werden – eine wesentlich andere Form als die Resultate, die im vorigen Abschnitt vorgestellt wurden.

In Derivation IV betrachten Wheeler und Feynman einen „vollständigen Absorber“. Das ist ein System endlich vieler geladener Punktteilchen q_k , die sich in einem endlichen Raumvolumen V befinden und untereinander durch elektromagnetische Fernwirkung wechselwirken, jedoch keine Energie in den Außenraum abstrahlen und keine Energie aus dem Außenraum empfangen. Auf eine Testladung außerhalb von V wirkt also keine Kraft:

$$\sum_k \frac{1}{2}(F_r^{(k)} + F_a^{(k)}) = 0 \quad (\text{außerhalb von } V) \quad (43)$$

$F_r^{(k)}$ und $F_a^{(k)}$ sind die vom Teilchen q_k ausgeübten elektromagnetischen retardierten und avancierten Kräfte. (43) besagt, dass die

Kräfte $F_r^{(k)}$ mit den Kräften $F_a^{(k)}$ außerhalb von V überall und jederzeit destruktiv interferieren und sich exakt auslöschen. Das ist nur möglich, wenn

$$\sum_k F_r^{(k)} = \sum_k F_a^{(k)} = 0 \quad (\text{außerhalb von } V) \quad (44)$$

gilt. Folglich gilt auch

$$\sum_k \frac{1}{2}(F_r^{(k)} - F_a^{(k)}) = 0 \quad (\text{außerhalb von } V) . \quad (45)$$

Anders als die Felder (43) und (44) hat das Feld (45) keine Quellen in V . Folglich gilt

$$\sum_k \frac{1}{2}(F_r^{(k)} - F_a^{(k)}) = 0 \quad (\text{überall}) . \quad (46)$$

Diese Feststellung erscheint im ersten Moment trivial, sie lässt aber eine bedeutsame Schlussfolgerung zu. Nach der elektrodynamischen Fernwirkungstheorie ist die

$$\begin{aligned} & \text{Kraft, die auf } q_j \text{ am Raum-Zeit-Punkt } x_j \text{ wirkt} = \\ & = F(x_j) = \sum_{k \neq j} \frac{1}{2} \left(F_r^{(k)}(x_j) + F_a^{(k)}(x_j) \right) = \end{aligned} \quad (47a)$$

$$\begin{aligned} & = \sum_{k \neq j} F_r^{(k)}(x_j) + \underbrace{\frac{1}{2} \left(F_r^{(j)}(x_j) - F_a^{(j)}(x_j) \right)}_{F_{\text{str}}} - \\ & \quad - \underbrace{\sum_k \frac{1}{2} \left(F_r^{(k)}(x_j) - F_a^{(k)}(x_j) \right)}_{\stackrel{(46)}{=} 0} . \end{aligned} \quad (47b)$$

Der letzte Term ist laut (46) Null. Der erste Term beschreibt die Kraft, die nach der Maxwell'schen Elektrodynamik das Teilchen q_j beschleunigt. Also muss der zweite Term die

$$\text{Strahlungs-Rückwirkung} = \frac{1}{2}(F_r^{(j)} - F_a^{(j)}) \stackrel{(6)}{=} F_{\text{str}} \quad (48)$$

sein. Nach den Voraussetzungen des Modells übt jedes Teilchen nur Kräfte auf andere Teilchen aus, aber nicht auf sich selbst. Deshalb wird in (47a) nur über $k \neq j$ summiert. In der Strahlungsrückwirkung tauchen nun aber überraschenderweise Kräfte $F^{(j)}$ auf, die vom Teilchen q_j ausgeübt werden. Der Term F_{str} ist deswegen verschieden von Null, weil der Ausdruck (46) gleich Null ist. Die auf den ersten Blick so unscheinbar aussehende Eigenschaft (46) eines vollständigen Absorbers bewirkt, dass ein Teilchen auf vertrackt indirekte Weise doch eine Kraft auf sich selbst ausüben kann! Wheeler and Feynman kommentieren:

„we have shown that the half-advanced, half-retarded fields of the theory of action at a distance lead to a satisfactory account of the mechanism of radiative reaction and to a description of the action of one particle on another in which no evidence of the advanced fields is apparent. We find in the case of an absorbing universe a complete equivalence between the theory of Schwarzschild and Fokker on the one hand and the usual formalism of electrodynamics on the other.“ (49)

Wheeler und Feynman weisen darauf hin, dass Dirac [8] bereits 1938 den Ausdruck (48) – abgesehen von einem Faktor 1/2 wegen unterschiedlicher Definitionen – für die Strahlungs-Rückwirkung angegeben hat, siehe Dirac's Gleichung (11). Allerdings war Dirac durch rein mathematische Tüftelei zu diesem Ergebnis gelangt, während Wheeler und Feynman beanspruchen, dies Resultat aus dem physikalischen Modell eines vollständigen Absorbers abgeleitet zu haben.

Als vollständigen Absorber nennen sie „an absorbing universe“. Aus heutiger Sicht wäre anzumerken, dass allein schon wegen der

das gesamte Universum erfüllenden kosmischen Hintergrundstrahlung wohl kein kleinerer Teilbereich des Universums als vollständiger Absorber in Frage kommt. 1945, als Wheeler und Feynman ihre Absorbertheorie publizierten, war diese Hintergrundstrahlung noch unbekannt. Dennoch ließ ein Blick durch die Teleskope des Mount Wilson in die Tiefen des intergalaktischen Raums wohl auch damals kaum die Vermutung zu, dass ein kleinerer Teilbereich des Universums einen vollständigen Absorber bilden könnte. Dann muss man aber fragen, was die Spezifikation „(außerhalb von V)“ in den Gleichungen (43) bis (46) eigentlich bedeuten soll. Man wird sicherlich nicht sagen können, dass diese Herleitung von (46) auf solideren physikalischen Beinen steht als Dirac's mathematische Tüftelei.

Besser wäre es, (46) nicht „herzuleiten“, sondern als *definierende Eigenschaft* eines vollständigen Absorbers zu postulieren. Dann wäre allerdings die unmittelbar daraus folgende Schlussfolgerung (48) fast schon in der Definition enthalten. So gesehen stellt das Ergebnis (48) keinen wirklich signifikanten Fortschritt gegenüber Dirac's Erkenntnissen dar.

5. Konsequenzen der plausiblen Annahme (15b)

Die Herleitungen der Formel der Strahlungsrückwirkung in (23) und in (28), und auch die Berechnung (42a) der avancierten Felder in der Nähe der Quelle, beruhen alle auf dem

Postulat: $\begin{cases} \text{Für retardierte Wechselwirkungen gilt } n \neq 1, \\ \text{Für avancierte Wechselwirkungen gilt } n = 1. \end{cases} \text{(15c)}$

Im nächsten Abschnitt werden wir begründen, warum die Annahme (15b), nach der die gleiche Dielektrizitätskonstante für retardierte und avancierte Wechselwirkungen anzunehmen ist, wesentlich plausibler erscheint, Postulat (15c) aber völlig unbegründet ist. Wenn

man von (15b) ausgeht, dann erhält man als Summe der von den Absorberteilchen emittierten avancierten Felder am Ort der Quelle q , falls es sich beim Absorber um ein Plasma ($n < 1$) handelt

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}(\omega, \mathbf{r}) &\stackrel{(23)}{=} -\tilde{\mathbf{v}}(\omega) \underbrace{\frac{e^2 q N}{2m_e c^4 (4\pi\epsilon_0)^2} \frac{8\pi}{3} \int_0^\infty dR \exp\{-\omega 2R\kappa/c\}}_{c/(2\omega\kappa)} \\
 &= -\frac{2qe^2 N\pi}{3c^3 (4\pi\epsilon_0)^2 m_e \omega \kappa} \tilde{\mathbf{v}}(\omega) \\
 &\stackrel{(13b)}{=} -\frac{ie^2 N}{4\epsilon_0 m_e \omega^2 \kappa} \cdot \frac{2q}{3c^3 4\pi\epsilon_0} \tilde{\mathbf{v}}(\omega) . \tag{50}
 \end{aligned}$$

Dies Resultat unterscheidet sich vom entsprechenden Resultat (23) von Wheeler und Feynman durch den ersten Bruch auf der rechten Seite. Da die Annahme vernünftig ist, dass die Extinktion proportional zur Dichte des Plasmas ist, $\kappa \sim N$, hängt das totale avancierte Feld nicht signifikant von den Eigenschaften des Plasmas ab. Aber anders als die klassische Strahlungsrückwirkung (6) hängt die Phase von $\tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}$ der Phase von $\tilde{\mathbf{v}}$ um π nach, und der Phase von $\tilde{\mathbf{v}}$ um $3\pi/2$ nach. Das Dämpfungsintegral bewirkt eine Phasenverschiebung von π gegenüber den einzelnen Bestandteilen (12) von $\tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}$.

Falls es sich um einen Absorber mit gebundenen Elektronen ($n > 1$) handelt, führt die plausible Annahme (15b) zum Ergebnis

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}(\omega, \mathbf{r}) &\stackrel{(27)}{=} -\tilde{\mathbf{v}} \frac{Ne^2 p}{\epsilon_0 m_e \omega^2} \frac{q\omega^2}{2c^4 4^2 \pi^2 \epsilon_0} \frac{8\pi}{3} \underbrace{\frac{2}{1+n-i\kappa}}_{\approx 1} \\
 &\cdot \underbrace{\frac{2}{1+n+i\kappa}}_{\approx 1} \underbrace{\int_{R_{\text{cav}}}^\infty dR \exp\left\{-\frac{2(R-R_{\text{cav}})\omega\kappa}{c}\right\}}_{c/(2\omega\kappa)} .
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}(\omega, \mathbf{r}) &= -\frac{2}{1+n-i\kappa} \frac{2}{1+n+i\kappa} \frac{Ne^2p}{4\epsilon_0 m_e \omega \kappa} \frac{2q}{3c^3 4\pi\epsilon_0} \tilde{\mathbf{v}} \\ &= G \cdot \frac{2q}{3c^3 4\pi\epsilon_0} \tilde{\mathbf{v}}\end{aligned}\quad (51a)$$

$$G \equiv -\frac{2}{1+n-i\kappa} \frac{2}{1+n+i\kappa} \frac{iNe^2p}{4\epsilon_0 m_e \omega^2 \kappa} . \quad (51b)$$

Hier haben wir den Faktor, durch den dies Resultat vom entsprechenden Resultat (28) von Wheeler und Feynman abweicht, mit G bezeichnet. Es macht keinen großen Unterschied ob wir den etwas dubiosen Trick mit dem Transmissionskoeffizienten (26) beibehalten oder nicht. (Man beachte dass wir κ mit unterschiedlichem Vorzeichen für retardierte Felder gegenüber avancierten Feldern eingesetzt haben, und zwar sowohl im Transmissionskoeffizienten wie auch im Exponenten.) $\tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}$ ist in jedem Fall im Wesentlichen in Phase mit $+\tilde{\mathbf{v}}$. Denn der Materialfaktor $p(\omega)$ im Brechungsindex (25b) muss im Wesentlichen < 0 sein, damit man $n > 1$ erhält. Der Phasenfaktor unterscheidet sich also um π vom Phasenfaktor im Fall $n < 1$. Zwar haben wir betont, dass der imaginäre Anteil $i\kappa$ des Brechungsindex merklich sein kann; es wäre aber reichlich ungläubwürdig, jetzt für ihn den passenden Wert zu postulieren, mit dem sich die gewünschte Phasenbeziehung $\tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}} \sim \tilde{\mathbf{v}}$ ergibt. Da p nicht gekürzt wird, ist $\tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}$ abhängig vom Material des Absorbers.

Offensichtlich hat man keine Chance, mithilfe der Absorbertheorie die klassische Strahlungsrückwirkung geladener Punktteilchen erklären zu können, wenn man auf der Annahme (15b) beharrt. Diese Annahme hat sogar noch schlimmere Konsequenzen, wenn man mit ihr den Wert von $\tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}$ im Fall $n > 1$ an einem Ort $\mathbf{r} + \mathbf{s}$ in der Kavität von Abbildung 5 berechnet, wobei $s \equiv |\mathbf{s}| \ll R_{\text{cav}}$ sein soll. Mit der bei (31b) gegebenen Begründung erhält man das

Ergebnis

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}(\omega, \mathbf{r} + \mathbf{s}) &\stackrel{(51),(13b)}{=} -i\omega G \frac{2q}{3c^3 4\pi\epsilon_0} \tilde{\mathbf{v}}(\omega) \cdot I(\omega, \mathbf{r} + \mathbf{s}) \\ I &\equiv \frac{3}{8\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\vartheta \sin^3 \vartheta \exp \left\{ -i\omega \frac{s \cos(\mathbf{s}, \mathbf{n})}{c} \right\}. \end{aligned} \quad (52)$$

Den gleichen Ausdruck für I haben wir bereits in (31b) gefunden, und die Lösung dieses Integrals in (39) angegeben. Wenn s größer als einige Wellenlängen ist, gilt

$$I \stackrel{(41)}{\approx} \frac{3 \sin^2(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{v}})}{2} \frac{c}{\omega s} \frac{1}{2i} \left[\exp\{+i\omega s/c\} - \exp\{-i\omega s/c\} \right], \quad (53)$$

woraus

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}_a^{\text{total}}(\omega, \mathbf{r} + \mathbf{s}) &= -G \frac{\sin^2(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{v}})}{2} \frac{q}{s c^2 4\pi\epsilon_0} \tilde{\mathbf{v}}(\omega) \cdot \\ &\cdot \left[\exp\{+i\omega s/c\} - \exp\{-i\omega s/c\} \right] \end{aligned} \quad (54)$$

folgt. Auch dieses Ergebnis unterscheidet sich von (42a) durch den Faktor $G = (51b)$. Die plausible Annahme (15b) hat in diesem Fall messbare Konsequenzen: Das Ergebnis (42a) für die Summe der avancierten Felder war mit dem von q selbst emittierten avancierten Feld (42b) um π außer Phase. Wir hatten betont, dass die destruktive Interferenz notwendig ist, weil kein Experimentator jemals ein avanciertes Feld beobachtet hat.

(54) ist jedoch mit (42b) um etwa $\pi/2$ außer Phase, weil G im Wesentlichen imaginär ist (wenn auch sein Realteil nicht vernachlässigbar klein sein muss). Also besteht keine vollständige destruktive Interferenz. Die avancierten Felder (54) müssten messbar sein, sie werden aber nicht beobachtet. Das bedeutet, dass die Absorbertheorie nicht mit der experimentellen Beobachtung kompatibel wäre, wenn man ihr die plausible Annahme (15b) zugrunde legen würde.

6. Das verblüffende Postulat (15c)

Wir haben bereits mehrfach betont, dass (15b) uns plausibler erscheint als (15c). Warum eigentlich? Gibt es überzeugende Argumente für (15b)? Gibt es überzeugende Argumente gegen (15c)?

Nehmen wir an, das untersuchte System bestehe aus z. B. 10^{24} elektrisch geladenen Partikeln. Eines davon ernennen wir zur Quelle q , alle anderen Teilchen q_k bilden den Absorber. Eine vollkommene Behandlung dieses Systems im Sinne der klassischen Fernwirkungstheorie würde die Berechnung der retardierten Wechselwirkungen und der avancierten Wechselwirkungen zwischen allen

$$10^{24}(10^{24} - 1)/2 \approx 5 \cdot 10^{47}$$

Paaren von Teilchen erfordern. Das übersteigt unsere Fähigkeiten aber natürlich bei weitem. Wenn wir überhaupt zu einem Ergebnis gelangen wollen ist es unvermeidlich, das Modell wesentlich zu vereinfachen. Wheeler und Feynman tun das – wie auch sonst in der klassischen Elektrodynamik üblich – dadurch, dass sie die Rechnung für die Quelle und nur ein Absorberpartikel durchführen, und sämtliche anderen Wechselwirkungen im System als „dielektrischen Hintergrund“ durch einen Brechungsindex n pauschal berücksichtigen.

Soweit ist ihre Berechnung normal und einleuchtend. Völlig verblüffend ist es aber, dass Wheeler und Feynman für die retardierte Wechselwirkung zwischen der Quelle und einem bestimmten Absorberpartikel einen Brechungsindex $n \neq 1$ einsetzen, für die avancierte Wechselwirkung zwischen der Quelle und *dem selben* Absorberpartikel dagegen den Brechungsindex $n = 1$. Wir wollen die Ursache unseres Erstaunens in einer mehr anschaulichen, und in einer mehr theoretischen Weise erläutern.

Für die anschauliche Erläuterung betrachten wir noch einmal die untere Skizze in Abbildung 8 auf Seite 28. Wir sehen dort die Superposition von acht rot gezeichneten, avancierten Feldern, die

auf acht Absorberteilchen kollabieren, und eines von q ausgehenden, blau gezeichneten retardierten Feldes. In einer realistischeren Skizze würden wir die Superposition von nicht nur acht, sondern einer riesigen Zahl von rot gezeichneten, avancierten Feldern, die auf ebenso viele Absorberteilchen kollabieren, und eines von q ausgehenden, blau gezeichneten retardierten Feldes sehen. Außerdem wissen wir, dass die roten Felder zusammen 50% zur gesamten Amplitude des Feldes beisteuern, und das blaue Feld die andern 50%.

Es ist klar, dass die Felder im Rahmen der Fernwirkungstheorie nur den Status von Rechengrößen auf dem Papier des Theoretikers haben. Jedes Partikel im System übt auf jedes andere Partikel im System eine retardierte und eine avancierte Fernwirkungskraft aus. Wenn wir sagen dass die Amplitude der roten Felder und die Amplitude des blauen Feldes am Ort eines bestimmten Partikels q_j gleich groß sind, dann ist das eine symbolische Sprechweise für die Aussage, dass die Summe der avancierten Kräfte, die alle Absorberteilchen q_k zusammen auf das Partikel q_j ausüben, gleich groß ist wie die retardierte Kraft, welche die Quelle q auf q_j ausübt.

Alle diese Kräfte wirken gleichzeitig auf q_j . Der entscheidende Punkt ist: q_j spürt genau eine Gesamtkraft. Es zerlegt diese Kraft nicht in blaue und rote Kräfte, und auch nicht in retardierte und avancierte Kräfte. Das tun nur wir in unserem theoretischen Modell. q_j spürt nicht eine retardierte Kraft, die es mit $\dot{\mathbf{v}}_{j,r}$ beschleunigt, und eine avancierte Kraft, die es mit $\dot{\mathbf{v}}_{j,a} \neq \dot{\mathbf{v}}_{j,r}$ beschleunigt. q_j spürt vielmehr *genau eine* Gesamtkraft. Diese Gesamtkraft beschleunigt q_j mit $\dot{\mathbf{v}}_j$. Aufgrund dieser Beschleunigung übt q_j nun seinerseits Fernwirkungskräfte auf sämtliche anderen Partikel im System aus, und bewirkt dadurch eine indirekte, sekundäre Wechselwirkung zwischen der Quelle und den Absorberteilchen q_k .

Wir berechnen die Kräfte zwischen q_j und den anderen Teilchen nicht explizit, sondern subsumieren sie im Brechungsindex n . Ein

Teilchen, das die sekundären Wechselwirkungen zwischen Quelle und Absorbern vermittelt, reagiert nicht in unterschiedlicher Weise auf die retardierten und die avancierten Kräfte, sondern es reagiert in genau einer Weise auf die Summe der Kräfte, denen es unterliegt. Das gleiche gilt für jedes andere Teilchen im System. Folglich kann die pauschale Zusammenfassung der sekundären Kräfte zu einem Brechungsindex auch nur einen einheitlichen Brechungsindex ergeben, der sowohl für die retardierten wie auch für die avancierten Wechselwirkungen gilt.

Die mehr theoretische Überlegung bezieht sich auf die Invarianz der Fernwirkungs-Elektrodynamik unter Zeitumkehr. Die Maxwell'schen Gleichungen sind bekanntlich invariant unter Zeitumkehr. Diese Symmetrie gibt man in der Regel auf, sobald man mit der Maxwell'schen Theorie Strahlungsphänomene beschreibt. Die retardierten Strahlungsfelder (2) mit Index r , die eine beschleunigte Ladung abstrahlt, bilden Kugelwellen, die sich von der strahlenden Ladung entfernen. Die avancierten Strahlungsfelder (2) mit Index a bilden Kugelwellen, die auf die beschleunigte Ladung kollabieren. Dergleichen wird nicht beobachtet. Also werden die avancierten Lösungen gestrichen, und die Symmetrie unter Zeitumkehr geht verloren.

Die elektrodynamische Fernwirkungstheorie postuliert dagegen, dass eine Wechselwirkung zwischen geladenen Teilchen als Superposition einer retardierten und einer avancierten Wechselwirkung beschrieben werden kann und muss:

$$\underbrace{F_r}_{\text{Maxwell}} \longleftrightarrow \underbrace{\frac{1}{2}(F_r + F_a)}_{\text{Fernwirkung}} \quad (55)$$

Bei Zeitumkehr werden retardierte Wechselwirkungen zu avancierten, und umgekehrt. Also ist die Fernwirkungstheorie konstruktionsbedingt auch bei der Beschreibung von Strahlungsvorgängen invariant unter Zeitumkehr.

Diese Invarianz geben Wheeler und Feynman mit dem Postulat (15c) auf. In ihrer Absorbertheorie ist die retardierte Wechselwirkung nicht gleich der zeit-invertierten avancierten Wechselwirkung, sondern die retardierte Wechselwirkung ist die zeit-invertierte avancierten Wechselwirkung multipliziert mit $n \neq 1$. Wheeler und Feynman berufen sich in ihrer Arbeit stets auf die klassische elektrodynamische Fernwirkungstheorie. Aber es ist gerade die *Abweichung* von der Fernwirkungstheorie, durch die sie zu den Ergebnissen (23), (28), und (42a) gelangt sind. Wir haben im vorigen Abschnitt gezeigt, dass das Postulat (15c), welches die Zeitumkehr-Symmetrie von retardierter und avancierter Wechselwirkung aufhebt, eine unverzichtbare Voraussetzung für all diese Resultate ist.

Hören wir, wie Wheeler und Feynman das Postulat (15c) rechtfertigen. Auf Seite 161, rechte Spalte unten, schreiben sie:

“The advanced force acting on the source due to the motion of a typical particle of the absorber is an elementary interaction between two charges, propagated with the speed of light in vacuum. On the other hand, the disturbance which travels outward from the source and determines the motion of the particle in question is made up not only of the proper field of the originally accelerated charge, but also of the secondary fields generated in the material of the absorber. The elementary interactions are of course propagated with the speed of light; but the combined disturbance travels, as is well known from the theory of the refractive index, at a different speed, $c/(\text{refractive index}) = c/n$.” (56)

Hier wird das, was wir in (15c) formal notiert haben, behauptet, aber nicht begründet. Kein einziges Argument wird für die überraschende Entscheidung angeführt, an dieser Stelle die Zeitumkehr-Symmetrie der Fernwirkungstheorie aufzugeben.

Eine wesentlich einleuchtendere Erklärung für den asymmetrischen Brechungsindex kann man in einem Vortrag [9] nachlesen,

den Feynman zwanzig Jahre nach der Veröffentlichung der Absorbertheorie hielt. In diesem Vortrag erinnert er sich, wie er lange Zeit mit unbefriedigenden Ergebnissen kämpfte, die wohl so ähnlich ausgesehen haben mögen wie diejenigen, die wir im vorigen Abschnitt berechnet haben: Materialabhängig, frequenzabhängig, falsche Phasen, kurz: alles unbrauchbar, Feynman steckte fest. Daraufhin diskutierte er das Problem mit Wheeler:

“Professor Wheeler used advanced waves to get the reaction back at the right time and then he suggested this: If there were lots of electrons in the absorber, there would be an index of refraction n , so, the retarded waves coming from the source would have their wave lengths slightly modified in going through the absorber. Now, if we shall assume that the advanced waves come back from the absorber without an index — why? I don’t know, let’s assume they come back without an index [...] And when we estimated it, [...] sure enough, it came out that the action back at the source was completely independent of the properties of the charges that were in the surrounding absorber. Further, it was of just the right character to represent radiation resistance”.

(57)

Danke, Feynman, und Kompliment, für diese klaren Worte. Es musste also das gewünschte Ergebnis rauskommen, und deshalb musste (15c) postuliert werden. Gegen diese Vorgehensweise ist im Prinzip nichts einzuwenden. Man betrachte zum Beispiel Bohr’s Atommodell [10] von 1913. Bohr wollte ein Modell aufstellen, das erstens mit Rutherford’s Streuexperimenten mit α -Teilchen kompatibel sein sollte, zweitens die beobachteten Absorptions- und Emissionsspektren möglichst gut reproduzieren sollte, und drittens nicht mehr als unvermeidlich von der klassischen Mechanik und der klassischen Elektrodynamik abweichen sollte. „Nicht mehr als unvermeidlich abweichen von“ bedeutet klarerweise nicht „über-

einstimmen mit“. Bohr war überzeugt, dass die Ergebnisse der Atomphysik den Rahmen der klassischen Theorien sprengten, und nahm sich deswegen die Freiheit einige Postulate aufzustellen, die den bewährten klassischen Theorien klar widersprachen.

Wheeler und Feynman entdeckten dass man eine schöne und elegante Theorie der Strahlungsrückwirkung konstruieren kann, wenn man das Postulat (15c) aufstellt, das der klassischen elektrodynamischen Fernwirkungstheorie (und erst recht der Maxwell'schen Theorie) klar widerspricht. Insoweit scheint die Analogie zu Bohr's Modell zu passen. Trotzdem gibt es Einwände:

Bohr's Modell hatte eine hohe Vorhersagekraft. Im Lauf der folgenden Dekade wurden immer mehr Spektren von Atomen und Molekülen, und immer mehr Details in diesen Spektren, mithilfe dieses Modells interpretiert und klassifiziert. Umgekehrt wurde auch das Modell immer weiter ausgebaut, verfeinert, und an neue experimentelle Erkenntnisse angepasst.

Dagegen ist die Vorhersagekraft der Absorbertheorie ziemlich gering. Im wesentlichen lautet die Bilanz: Ein Postulat, nämlich (15c), für die Herleitung eines Resultats, nämlich der klassischen Strahlungsrückwirkung (6). Noch dazu führt (15c) nur im Fall stationärer Strahlungsvorgänge zur klassischen Strahlungsrückwirkung. Im Fall zeitabhängiger, gepulster Strahlung führt sie zu unsinnigen Resultaten. Man betrachte als Beispiel eine Quelle q und ein Absorberteilchen q_k , die durch ein Glasfaserkabel, wie es



üblicherweise in der Telekommunikation verwendet wird, verbunden sind. Die Glasfaser sei 200 m lang und habe einen Brechungsindex von $n \approx 1.5$. Die Quelle emittiere retardierte digitale Signale mit einer Rate von 1 Gbit/s. Ein bit hat also eine Länge von 10^{-9} s und

erreicht 10^{-6} s nach der Emission q_k . Nach der klassischen Fernwirkungstheorie emittiert q_k avancierte Signale, die sich entgegen der gewohnten Zeitrichtung bewegen, eine Länge von 10^{-9} s haben, und 10^{-6} s vor ihrer Emission die Quelle q erreichen. Durch die Brille der gewohnten Zeitrichtung betrachtet bewegen sich die avancierten Signale von q nach q_k , und sind zu jeder Zeit und an jedem Ort mit den von q emittierten retardierten Signalen in Phase.

Nach dem Postulat (15c) der Absorbertheorie würden dagegen nur die retardierten Signale mit $2 \cdot 10^8$ m/s den Windungen der Glasfaser folgen. Die avancierten Signale würden mit $3 \cdot 10^8$ m/s den kürzesten Weg zwischen q und q_k nehmen, ohne sich um den Verlauf der Faser zu kümmern. Jedes Telekommunikationsnetz würde sofort zusammenbrechen, wenn das Postulat (15c) die beobachtbare Realität korrekt beschreiben würde.

Natürlich wird das seltsame Postulat (15c) hier nicht zum ersten mal kritisiert. In einer 1970 erschienenen Publikation [11] befasste sich Kamat mit der Wheeler-Feynman Absorbertheorie. Er begann seinen Artikel mit der Ankündigung einer Herleitung der Strahlungs-Rückwirkung entsprechend dem Vorgehen von Wheeler und Feynman, jedoch mit einer Abweichung von Wheeler und Feynman in Punkt (iv) der unten angegebenen Herleitungsschritte, die er in Abschnitt 2 seines Artikels aufzählte. Dort verwendet Kamat die Bezeichnung „net“ interaction für eine Wechselwirkung, welche die Superposition der direkten „elementaren“ Wechselwirkung zwischen der Quelle a und dem Absorberteilchen b ist, mit der indirekten Wechselwirkung die über alle anderen Absorberteilchen vermittelt wird:

- „(i) Let the source particle a receive the acceleration at time t .
- (ii) It radiates a fully retarded electromagnetic disturbance, which travels outwards.
- (iii) The net retarded field disturbs the absorber particle b .

- (iv) The absorber particle interacts back on the source through a fully advanced field, which is also a net field, hence not elementary.
- (v) Summing over all absorber particles $b \neq a$, the radiation reaction field is calculated.“

Um(iv) zu rechtfertigen, fügte Kamat hinzu: „The given absorber particle b receives the net retarded field which is the superposition of the proper field of the source a and those of the absorber particles other than b . By the principle of action and reaction, the response field of b should interact back with the particles other than b and the net field should reach the source a . This means that we should include the refractive index for the returned response field as well.“

Wir stimmen den von Kamat angegebenen Überlegungen uneingeschränkt zu. Hätte er sich daran gehalten, dann wäre er natürlich bei den Lösungen angekommen, die wir im vorangegangenen Abschnitt 5 präsentiert haben. Leider tat er das aber nicht! Stattdessen ging Kamat [11] folgendermaßen vor: In die Gleichung für die Beschleunigung der Quelle q durch das vom Absorberteilchen q_k abgestrahlte avancierte Feld

$$q\mathbf{E}_a(t_r, \mathbf{r}) \stackrel{(15b)}{=} q \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{\mathbf{E}}_a(\omega, \mathbf{x}) \exp\{-i\omega(t_r + \underbrace{Rn/c - Rn/c}_{\text{Phasenverschiebung}})\} \quad (58)$$

führte er eine Summation über Frequenz-Scheiben ein, welche $2\epsilon_l$ dick sind:

$$q\mathbf{E}_a(t_r, \mathbf{r}) = \sum_l q \int_{\omega_l - \epsilon_l}^{\omega_l + \epsilon_l} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{\mathbf{E}}_a(\omega, \mathbf{x}) \cdot \exp\{-i(\omega_l t_r + \underbrace{R\omega_l n/c}_{\kappa_l} - R\underbrace{\omega_l n/c}_{\kappa_l})\} \quad (59)$$

Dann bewies Kamat in seinen drei Gleichungen (8) die Relation

$$\kappa_l = \frac{\omega}{u_l} + \frac{\omega_l^2}{v_l^2} \frac{dv}{d\omega} \Big|_{\omega_l} \quad \text{für } \omega_l - \epsilon_l \leq \omega \leq \omega_l + \epsilon_l \quad (60a)$$

$u_l \equiv$ Gruppengeschwindigkeit nahe ω_l

$v_l \equiv$ Phasengeschwindigkeit nahe ω_l ,

die eine hervorragende Näherung ist, vorausgesetzt man wählt ϵ_l hinreichend klein. Selbst die weniger genaue Näherung

$$\kappa_l \approx \frac{\omega}{u_l} \quad \text{für } \omega_l - \epsilon_l \leq \omega \leq \omega_l + \epsilon_l \quad (60b)$$

ist für sehr kleines ϵ_l akzeptabel. Klarerweise kann diese Entwicklung von κ nichts an der Tatsache ändern, dass die im Exponenten von (58) markierte Phasenverschiebung Null ist. Weil Kamat jedoch dies Ergebnis nicht akzeptieren wollte, besorgte er sich eine von Null verschiedene Phasenverschiebung durch die folgende verblüffende Annahme:

$$(60a) \text{ gilt für avancierte Wechselwirkungen} \quad (61a)$$

$$(60b) \text{ gilt für retardierte Wechselwirkungen} \quad (61b)$$

Dies ist offenbar nichts anderes als das Postulat (15c) von Wheeler und Feynman in einer neuen Verkleidung. Mithilfe seiner Annahme (61), die er nicht explizit angab, aber implizit verwendete, gelangte Kamat zu seiner Gleichung (10):

$$q \mathbf{E}_a(t_r, \mathbf{r}) \stackrel{(59),(61)}{=} \sum_l q \int_{\omega_l - \epsilon_l}^{\omega_l + \epsilon_l} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{\mathbf{E}}_a(\omega, \mathbf{x}) \cdot \exp \left\{ -i \left(\omega_l t_r - R \frac{\omega_l^2}{v_l^2} \frac{dv}{d\omega} \Big|_{\omega_l} \right) \right\} \quad (62)$$

Kamat gibt keinerlei Rechtfertigung oder Erklärung für (61) an. Offensichtlich ist seine Rechnung nicht konsistent mit seiner eigenen oben zitierten Prämisse (iv). Deshalb stellt es auch keinen Fortschritt gegenüber der Herleitung von Wheeler und Feynman dar, wenn Kamat anschließend zeigt dass aus (62) die klassische Strahlungsrückwirkung abgeleitet werden kann. Alle unsere Einwände gegen das Postulat (15c) sind gleichermaßen gültige Einwände gegen (61).

7. Die korrekte Interpretation von Gleichung (42a)

In (42d) haben wir Wheeler und Feynman mit den Worten zitiert „that the advanced field of the absorber is equal in the neighborhood of the accelerated particle to the difference between half the retarded field and half the advanced field which one calculates for the source itself“. Diese Behauptung ist nicht korrekt. Nur die Projektionen der Felder auf die Achse von $\dot{\mathbf{v}}$ sind gleich: Gleichung (42a), die equivalent zum Resultat [5, Gleichung (19)] in der Publikation von Wheeler und Feynman ist, ist gleich (42c), aber nicht gleich (42b)! Die von der beschleunigten Quelle q abgestrahlten Felder (42b) bilden Kugelwellen, deren elektrisches und magnetisches Feld an jedem Punkt senkrecht zur Verbindungslinie zwischen der Quelle und diesem Punkt sind. Man betrachte noch einmal Abb. 2 auf Seite 5: Die Felder (42b) haben sehr wohl Komponenten senkrecht zu $\dot{\mathbf{v}}$. Dagegen löschen sich in der Summe (28) der von allen Absorbieren emittierten avancierten Felder tatsächlich die zu $\dot{\mathbf{v}}$ senkrechten Komponenten in der Nähe der Quelle wechselseitig aus, und nur die zu $\dot{\mathbf{v}}$ parallelen Komponenten überleben.

Das hat experimentell überprüfbare Konsequenzen. Die Superposition der von den Absorberteilchen emittierten avancierten Felder, die gegenüber dem von der Quelle q emittierten avancierten Feld eine Phasendifferenz von π haben (obere Skizze in Abb. 8 auf Sei-

te 28), kompensieren nur die zu $\dot{\mathbf{v}}$ parallelen Komponenten dieses Feldes. Die zu $\dot{\mathbf{v}}$ senkrechten Komponenten des von der Quelle q emittierten avancierten Feldes werden nicht durch die von den Absorberteilchen emittierten avancierten Felder kompensiert, und müssten folglich messbar sein. Sie werden aber nicht beobachtet. Damit wird die Absorbertheorie experimentell widerlegt.

Entsprechendes gilt für das von der Quelle q emittierte retardierte Feld: Nur seine zu $\dot{\mathbf{v}}$ parallele Komponente wird von den avancierten Feldern der Absorberteilchen konstruktiv verstärkt (untere Skizze in Abb. 8), seine zu $\dot{\mathbf{v}}$ senkrechten Komponenten aber nicht. Also kann das beobachtete gesamte Feld nicht – wie von der Absorbertheorie angenommen – zu 50 % aus der Superposition der avancierten Absorberfelder und zu 50 % aus dem retardierten Feld der Quelle bestehen.

Also ist die Absorbertheorie unvereinbar mit den experimentellen Beobachtungen, egal ob man das eigenartige Postulat (15c) akzeptiert oder ob man die plausible Annahme (15b) bevorzugt. Trotzdem sollte man die Absorbertheorie nicht voreilig beiseite schieben. Wir werden im folgenden Abschnitt Gründe für die Vermutung anführen, dass eine quantentheoretische Formulierung der Absorbertheorie wahrscheinlich frei wäre von den Fehlern der klassischen Theorie, auf die wir in diesem und dem vorangegangenen Abschnitt eingegangen sind.

8. Quanten-Absorbertheorie?

Unsere Diskussion der quantentheoretischen Perspektiven der Absorbertheorie wird sehr knapp ausfallen und sich auf Andeutungen beschränken. Denn dieser Artikel widmet sich der Absorbertheorie von Wheeler und Feynman, und diese Autoren haben ihre Absorbertheorie als rein klassische Theorie konzipiert.

Bekanntlich kann weder die klassische Maxwell'sche Elektrody-

namik noch die klassische elektrodynamische Fernwirkungstheorie die Emission und Absorption elektromagnetischer Strahlung korrekt (d. h. in Übereinstimmung mit der Beobachtung) beschreiben. Beschleunigte Ladungen emittieren Energie nicht in Form von Kugelwellen, sondern in Form von Photonen. Und die Energie eines Photons wird von genau einem Absorberteilchen absorbiert. Wheeler und Feynman nehmen in ihrer Absorbertheorie an, dass jedes in einer riesigen Menge von Absorberteilchen einen beliebigen kleinen Teil der Energie absorbieren kann, die von der Quelle abgestrahlt wird. Wenn sie dabei zu Ergebnissen gelangen, die mit der experimentellen Beobachtung unvereinbar sind, dann ist das also keine wirkliche Überraschung. Es bedeutet lediglich, dass offenbar die Grenzen überschritten wurden, innerhalb derer die klassische Elektrodynamik korrekte Ergebnisse liefert.

Wenn man in einer quantentheoretischen Formulierung der Theorie annimmt, dass das Absorberteilchen ein avanciertes Photon zur Quelle zurücksendet, dann wird ein Experimentator, der dieses halb retardierte, halb avancierte Photon an einem bestimmten Raum-Zeit-Punkt beobachtet², bei hinreichender Auflösung seiner Messgeräte nur dieses eine Photon sehen. Interferenz mit irgendwelchen anderen Feldern spielt dann keine Rolle.

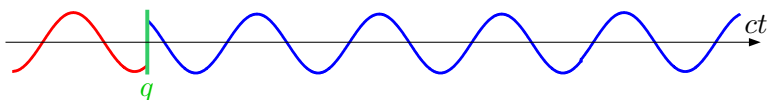
Und natürlich werden in dieser Quanten-Absorbertheorie das retardierte und das avancierte Halb-Photon zu jeder Zeit und an jedem Ort in Phase sein. Der Begriff der „Bahn“ $\mathbf{r}(t)$ eines Elektrons (oder irgend eines anderen elementaren Teilchens) muss aufgegeben werden, wie Heisenberg [13] in seinem grundlegenden Artikel über die Quantenmechanik betonte. Folglich sind die Zeitableitungen $\dot{\mathbf{v}}$ und $\dot{\mathbf{v}}_k$ (und die Richtungen dieser Vektoren) in der Quanten-Absorbertheorie nicht definiert. Die elektrischen und magnetischen Felder der Photonen sind senkrecht zur Propagationsrichtung der Photo-

² Seit einiger Zeit ist es möglich, Photonen zu beobachten ohne sie zu absorbieren, siehe z. B. [12].

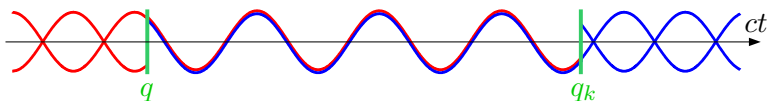
nen orientiert [14, Kap. 15]. Die Frage der Projektion der Felder auf die $\hat{\nu}$ -Richtung wird also durch die Quanten-Absorbertheorie nicht gelöst, sondern sie wird gegenstandslos.

1980 veröffentlichte Cramer [15] ein semiklassisches Modell, das den Austausch eines Photons zwischen einer Quelle und einem Absorber folgendermaßen darstellt:

- * Eine Strahlungsquelle emittiert ein retardiertes Feld in eine bestimmte Richtung und ein gleich starkes avanciertes Feld in die entgegengesetzte Richtung.
- * Zwischen dem retardierten Feld und dem avancierten Feld besteht am Ort der Quelle ein Phasenunterschied von π .
- * Weil keine Kugelwellen abgestrahlt werden, sondern Strahlung die in eine bestimmte Richtung \mathbf{n} gerichtet ist, nimmt die Amplitude der Felder nicht wie die Amplitude der Strahlungsfeldern (2) der Maxwell'schen Theorie mit R^{-1} ab, sondern ist unabhängig vom Abstand von der Quelle.



- * Ein Absorberteilchen absorbiert ein einlaufendes retardiertes Feld folgendermaßen: Es strahlt ein gleich starkes retardiertes Feld ab, das mit dem einlaufenden retardierten Feld gleich gerichtet und um π außer Phase ist, und es strahlt ein avanciertes Feld ab, das dem einlaufenden Feld entgegen gerichtet und mit diesem in Phase ist.



Nur im Raum zwischen q und q_k , und nur im Zeitintervall zwischen t_r und t_k , ist die Amplitude der Felder von Null verschieden, während sie sich sonst durch destruktive Interferenz komplett kom-

pensieren. Die retardierte und die avancierte Welle transportieren Energie und Impuls von q nach q_k . Man erinnere sich an die unterschiedlichen Vorzeichen der retardierten und avancierten Poynting-Vektoren (4): Sowohl retardierte als auch avancierte Felder transportieren Energie und Impuls aus der Vergangenheit in die Zukunft. Also kann Cramer's simples Modell auch die Strahlungsrückwirkung (die in diesem Fall besser als Rückstoß auf die Quelle bezeichnet wird) beschreiben.

Cramer's Arbeit ist bestenfalls eine Skizze für eine künftig zu entwickelnde Theorie. Dagegen haben Hoyle und Narlikar [4, parts III and IV] eine quantisierte Fernwirkungstheorie bereits bemerkenswert detailliert ausgearbeitet, und beanspruchen, einige wesentliche Vorteile gegenüber der „herkömmlichen“ Quantenfeldtheorie erreichen zu können.

9. Zusammenfassung

Die Absorbertheorie von Wheeler und Feynman wurde – in ihrer nichtrelativistischen Form – ausführlich vorgestellt. Wir haben besonders betont:

- * Das Postulat (15c), nach dem retardierte Wechselwirkungen grundsätzlich anders als avancierte Wechselwirkungen zu behandeln sind, ist unvereinbar mit der klassischen elektrodynamischen Fernwirkungstheorie, weil es die Zeitumkehr-Symmetrie dieser Theorie aufhebt. Zugleich ist es aber unverzichtbar für die Absorbertheorie; keines der wesentlichen Ergebnisse dieser Theorie kann ohne dieses Postulat erzielt werden.
- * Der Anwendungsbereich des Postulats (15c) ist auf stationäre, nicht zeitabhängige Strahlungsvorgänge beschränkt. Denn im Fall zeitlich veränderlicher Strahlungsvorgänge führt es zu Ergebnissen, die im Widerspruch zur Beobachtung stehen.
- * Die Behauptung von Wheeler and Feynman, dass die Felder nahe

der Quelle interpretiert werden können als die Superposition der von der Quelle emittierten avancierten oder retardierten Felder (die 50 % zur gesamten Amplitude beitragen) und den von den Absorberteilchen emittierten avancierten Feldern (welche die andern 50 % zur gesamten Amplitude beitragen) wurde zurückgewiesen. Wir haben darauf hingewiesen, dass die Absorbertheorie aufgrund dieses Fehlers in jedem Fall mit der experimentellen Beobachtung unvereinbar ist, egal ob das verblüffende Postulat (15c) akzeptiert wird oder nicht.

- * „Derivation IV“ basiert nicht auf dem eigenartigen Postulat (15c) und ist auch nicht betroffen von dem Fehler, der im vorherigen Punkt erwähnt wurde. Allerdings führt derivation IV auch nicht zum expliziten Ausdruck (6) für die Strahlungs-Rückwirkung, sondern lediglich zu dem von Dirac vorgeschlagenen kryptischen Ausdruck (48).

Es ist vielleicht nicht überflüssig zu betonen, dass wir keine Einwände gegen die elektrodynamische Fernwirkungstheorie erhoben haben. Im Gegenteil: Im letzten Abschnitt haben wir Gründe für die Vermutung genannt, dass eine quantentheoretische Formulierung der Absorbertheorie wahrscheinlich frei von den Schwächen der klassischen Theorie wäre. Allerdings könnte eine derartige Theorie, da sie ja eine Quantentheorie wäre, natürlich per definitionem keine Erklärung für die klassische Strahlungsrückwirkung (6) liefern.

Literatur

- [1] *Strahlung und Strahlungs-Rückwirkung*
APIN Mitteilung sd90115 (2013)
<http://www.astrophys-neunhof.de/mtlg/sd90115.pdf>
- [2] Bureau International de Poids et Mesure: *SI brochure.pdf*
<http://www.bipm.org/>

- [3] J. A. Wheeler, R. P. Feynman : *Classical Electrodynamics in Terms of Direct Interparticle Action*,
Rev. Mod. Phys. **21**, 425-433 (1949)
- [4] F. Hoyle, J. V. Narlikar : *Cosmology and action-at-a-distance electrodyamics*, Rev. Mod. Phys. **67**, 113-155 (1995),
http://www.iucaa.ernet.in:8080/jspui/bitstream/11007/1410/1/231C_1995.pdf
- [5] J. A. Wheeler, R. P. Feynman : *Interaction with the absorber as the mechanism of radiation*,
Rev. Mod. Phys. **17**, 157-181 (1945), <http://authors.library.caltech.edu/11095/1/WHERmp45.pdf>
- [6] John David Jackson : *Klassische Elektrodynamik*
(de Gruyter, Berlin, 3. Aufl., 2002)
- [7] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew :
Taschenbuch der Mathematik
(Harry Deutsch, Zürich und Frankfurt/Main, 1973)
- [8] P. A. M. Dirac : *Classical theory of radiating electrons*,
Proc. Roy. Soc. (London) A **167**, 148 - 169 (1938),
<http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1938.0124>
- [9] Richard P. Feynman : *Nobel Lecture* (1965)
http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1965/feynman-lecture.html
- [10] N. Bohr : *On the Constitution of Atoms and Molecules*,
Philos. Mag. **26**, 1-24 (1913)
<http://web.ihep.su/dbserv/compas/src/bohr13/eng.pdf>
- [11] R. V. Kamat : *On Wheeler-Feynman absorber theory of radiation*, J. Phys. A **3**, 473-480 (1970)

- [12] A. Reiserer, S. Ritter, G. Rempe : *Nondestructive Detection of an Optical Photon*, Science 1246164 (2013),
<http://www.sciencemag.org/content/early/2013/11/15/science.1246164.abstract>

- [13] Werner Heisenberg : *Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen*,
Zeits. f. Phys. **33**, 879-893 (1925)

- [14] Gerold Gründler : *Grundlagen der Relativistischen Quantenfeldtheorie* (APIN, Nürnberg, 2012)
<http://www.astrophys-neunhof.de/mtlg/Feldtheorie.pdf>

- [15] John G. Cramer : *Generalized absorber theory and the Einstein-Podolsky-Rosen paradox*,
Phys. Rev. D **22**, 362-376 (1980),
http://www.npl.washington.edu/npl/int_rep/gat_80/